

Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет
Кафедра комп'ютерних систем управління

В. М. Дубовой, Г. Ю. Дерман

**Методичні вказівки
до самостійної роботи
з математичного моделювання
для студентів спеціальності
151 – «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»**

Вінниця
ВНТУ
2018

Рекомендовано до видання з грифом «Методичні вказівки ВНТУ (електронне видання)» Методичною радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол №10 від 14.06.2018 р.)

Методичні вказівки до самостійної роботи з математичного моделювання для студентів спеціальності 151 – «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» / Уклад. В. М. Дубовой, Г. Ю. Дерман. – Вінниця : ВНТУ, 2018. – 62 с.

Навчальне самостійне електронне мережне видання

Методичні вказівки
до самостійної роботи
з математичного моделювання
для студентів спеціальності 151 –
«Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»

Укладачі: Дубовой Володимир Михайлович
Дерман Галина Юрїївна

Електронний ресурс PDF.

Підписано до видання 12.09.2018 р. Зам. № P2018-33

Видавець та виготовлювач - Вінницький національний технічний університет,

Інформаційний редакційно-видавничий центр. ВНТУ, ГНК, к.114,

Хмельницьке шосе, 95, м. Вінниця, 21021,

тел. (0432) 65-18-06.

press.vntu.edu.ua;

Email: irvc.vntu@gmail.com.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.

ЗМІСТ

Вступ

1. Перелік основних тем теоретичного матеріалу
2. Питання для самоконтролю
3. Завдання для самостійного виконання і приклади виконання

Змістовий модуль 1

- Тема 1. Вступ. Поняття про технологічні об'єкти
- Тема 2. Види технологічних об'єктів. Характеристики технологічних об'єктів
- Тема 3. Види моделей
- Тема 4. Характеристики моделей
- Тема 5. Пакети для моделювання

Змістовий модуль 2

- Тема 6. Структурні моделі
- Тема 7. Моделі статичні
- Тема 8. Моделі динаміки
- Тема 9. Моделі обслуговування
- Тема 10. Моделі надійності
- Тема 11. Алгоритмічні моделі
- Тема 12. Інформаційні моделі

Змістовий модуль 3

- Тема 13. Моделі в умовах невизначеності
- Тема 14. Імітаційне і аналітичне моделювання

Змістовий модуль 4

- Тема 15-16. Поняття ідентифікації. Обстеження технологічного об'єкта
- Тема 17. Концептуальне проектування моделей
- Тема 18. Методи ідентифікації
- Тема 19. Інтелектуальні засоби ідентифікації

Змістовий модуль 5

- Тема 20. Модель як складова задачі оптимізації
- Тема 21. Використання моделі для оптимального прогнозування
- Тема 22. Модель як складова задачі оптимального оцінювання

4. Рекомендована література

ВСТУП

Методичні вказівки до самостійної роботи при вивченні навчальної дисципліни складені з урахуванням вимог освітньо-професійних програм підготовки фахівців за спеціальністю 151 - Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології.

Мета курсу є: теоретична та практична підготовка фахівців, що включає вивчення фундаментальних принципів ідентифікації та моделювання технологічних об'єктів і систем управління.

Завдання дисципліни

В результаті навчання студент повинен:

- **знати** основні види об'єктів і систем, їх особливості, основні види моделей та методи моделювання систем, їх характеристики, методи ідентифікації, програмні пакети для моделювання об'єктів і систем.
- **уміти** здійснювати обстеження об'єктів моделювання та ідентифікацію моделей, досліджувати моделі динаміки та статички, здійснювати оптимізацію, оптимальне оцінювання параметрів і прогнозування процесів у системах.

1. ПЕРЕЛІК ОСНОВНИХ ТЕМ ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

Змістовий модуль 1

Тема 1. Поняття про технологічні об'єкти.

Технологічний процес, технологічні операції, виробничі процеси; технологічне обладнання, система управління, технологічний об'єкт.

Тема 2. Види технологічних об'єктів. Характеристики технологічних об'єктів.

Основні види технологічних об'єктів: матеріальні, енергетичні і інформаційні процеси і об'єкти; зосереджені і розподілені об'єкти; хімічні, теплові, механічні, електричні, дифузійні та інші процеси обробки матеріалів; процеси отримання, передачі, перетворення та споживання енергії; процеси отримання, передавання, обробки, зберігання та використання інформації.

Поняття про системи управління. Задачі управління. Загальна характеристика автоматизованих систем управління та їх моделей.

Поняття про процеси управління.

Характеристики технологічних об'єктів, процесів і систем. Спостережність і керованість, зв'язність, складність, стійкість, надійність систем.

Тема 3. Види моделей.

Основні види моделей та методи моделювання систем. Поняття моделі системи. Класифікація моделей.

Тема 4. Характеристики моделей.

Точність моделі. Адекватність моделі. Критерії адекватності. Методична похибка моделювання. Чутливість моделі. Складність моделі. Універсальність моделі. Структура і компоненти моделі об'єкта.

Тема 5. Пакети для моделювання.

Загальна характеристика. Mathcad. Scilab/Xcos.

Змістовий модуль 2

Тема 6. Структурні моделі.

Графи і графові моделі. Види графів (орієнтовані/неорієнтовані, незважені/зважені, мережі, зв'язані/незв'язані, планарні тощо). Способи формалізації структурних моделей. Операції над графами. Алгоритми на графах.

Тема 7. Моделі статички.

Лінійні та нелінійні рівняння, системи рівнянь. Лінеаризовані моделі (лінійна та кусково-лінійна апроксимації). Нелінійна апроксимація. Моделі логіки.

Тема 8. Моделі динаміки.

Сигнал та його основні характеристики. Моделі динаміки у просторі станів. Моделі динаміки у просторі зображень. Моделі динаміки у просторі спектрів. Передатна функція, перехідна та імпульсна

перехідна характеристика. Знаходження передатної функції послідовного, паралельного з'єднання та з'єднання лінійних динамічних блоків із зворотним зв'язком. Правила перенесення вузлів в лінійних системах, які не розкладаються на типові структури. Моделі динаміки дискретних об'єктів.

Тема 9. Моделі обслуговування.

Поняття про процес обслуговування і системи масового обслуговування. Приклади СМО. Види СМО. Характеристики СМО.

Тема 10. Моделі надійності.

Поняття та методи оцінювання надійності систем; структурна, функціональна і метрологічна надійність; показники надійності; закони розподілу ймовірності потоку відмов використовуються у моделях надійності; гаряче і холодне резервування.

Тема 11. Алгоритмічні моделі.

Основні поняття теорії алгоритмів. Основи алгоритмічної алгебри. Подання алгоритмічних моделей. Ізоморфізм та гомеоморфізм в мовах програмування як основа комп'ютерного моделювання. Подання алгоритмічних моделей мережами Петрі

Тема 12. Інформаційні моделі.

Інформація як основа сучасної цивілізації. Поняття про теорію інформації, види теорій інформації. Інформаційні міри і характеристики. Фундаментальні теореми теорії інформації. Інформаційні потоки. Бази даних і знань як інформаційні моделі.

Змістовий модуль 3

Тема 13. Моделі в умовах невизначеності.

Джерела невизначеності. Види невизначених моделей. Форми подання невизначеності. Узагальнена невизначеність. Моделі перетворення характеристик сигналів з різною формою невизначеності. Невизначеність вищих порядків.

Тема 14. Імітаційне і аналітичне моделювання.

Постановка задачі імітаційного моделювання. Використання агрегатного принципу для імітаційного моделювання. Алгоритми генерування тестових послідовностей.

Алгоритми обробки результатів імітаційного моделювання. Оцінка необхідного обсягу тестів та трудомісткості імітаційного моделювання.

Змістовий модуль 4

Тема 15. Поняття ідентифікації.

Ідентифікація в різних галузях. Ідентифікація, моделювання і вимірювання як пов'язані і взаємно обернені задачі.

Тема 16 Обстеження технологічного об'єкта.

Методологія обстеження об'єкта автоматизації.

Тема 17. Концептуальне проектування моделей.

Концептуальна модель системи. Об'єктний підхід до моделювання. Класи та їх властивості. Універсальні мови проектування моделей UML і BPMN. Позначення та правила зображення діаграм.

Тема 18. Методи ідентифікації.

Задачі ідентифікації. Структурна, алгоритмічна і параметрична ідентифікація. Ідентифікаційний експеримент. Активна і пасивна ідентифікація. Статистична ідентифікація. Кореляційний, регресійний і факторний аналіз. Ідентифікація моделей статистики. Ідентифікація моделей динаміки.

Тема 19. Інтелектуальні засоби ідентифікації.

Експертний метод ідентифікації. Інтелектуальні засоби ідентифікації. Ідентифікація шляхом навчання нейронних мереж. Нечітка ідентифікація.

Змістовий модуль 5

Тема 20. Модель як складова задачі оптимізації. Класифікація задач і методів оптимізації. Методи оптимізації.

Тема 21. Використання моделі для оптимального прогнозування.

Класифікація задач і методів прогнозування. Основи прогнозування даних. Прогнозування часових рядів і стохастичних процесів.

Тема 22. Модель як складова задачі оптимального оцінювання. Випадки, які вимагають здійснення оцінювання. Постановка задачі оцінювання. Критерії оцінювання.

ПИТАННЯ для самоконтролю

1. Основні поняття ідентифікації та моделювання технологічних об'єктів.
2. Системи управління технологічних об'єктів.
3. Види технологічних об'єктів.
4. Задачі управління.
5. Види систем управління і основні принципи управління.
6. Характеристики об'єктів, процесів і систем: спостережність і керуваність, складність.
7. Характеристики об'єктів, процесів і систем: стійкість.
8. Характеристики об'єктів, процесів і систем: надійність
9. Роль моделювання в системах управління технологічними об'єктами
10. Класифікація моделей.
11. Загальні вимоги до математичних моделей.
12. Адекватність моделі. Критерії адекватності.
13. Методична похибка моделювання.
14. Чутливість, складність, універсальність моделі.
15. Пакети для моделювання технологічних об'єктів та систем.
16. Схеми як структурні моделі.
17. Графи і графові моделі.
18. Види графів.
19. Способи формалізації структурних моделей.
20. Операції над графами.
21. Моделі процесів управління у статичному режимі.
22. Лінеаризовані моделі.
23. Нелінійна апроксимація і інтерполяція
24. Моделі логіки.
25. Види моделей динаміки.
26. Моделі динаміки у просторі станів.
27. Перехідна та імпульсна перехідна характеристика.
28. Моделі динаміки у просторі зображень.
29. Передатна функція.
30. Знаходження передатної функції послідовного, паралельного з'єднання та з'єднання лінійних динамічних блоків із зворотним зв'язком.
31. Правила перенесення вузлів в лінійних системах, які не розкладаються на типові структури.
32. Моделі динаміки у просторі спектрів.
33. Моделі динаміки дискретних систем.
34. Поняття системи масового обслуговування. Види СМО. Приклади СМО.
35. Характеристики СМО.
36. Аналіз надійності: методи оцінювання надійності систем.
37. Гаряче і холодне резервування.
38. Алгоритмічні моделі і алгоритми. Основні поняття теорії алгоритмів.
39. Основи алгоритмічної алгебри.

40. Подання алгоритмічних моделей блок-схемами.
41. Подання алгоритмічних моделей мережами Петрі.
42. Основні поняття теорії інформації.
43. Бази даних і знань як інформаційні моделі.
44. Інформаційні потоки.
45. Джерела невизначеності.
46. Стохастична невизначеність. Характеристики випадкових процесів.
47. Моделі перетворення характеристик стохастичних процесів.
48. Нечітка невизначеність.
49. Форми подання невизначеності.
50. Моделі перетворення характеристик нечітких процесів.
51. Невизначеність вищих порядків.
52. Постановка задачі імітаційного моделювання.
53. Агрегатний принцип імітаційного моделювання.
54. Алгоритми обробки результатів імітаційного моделювання.
55. Оцінка необхідного обсягу тестів та трудомісткості імітаційного моделювання.
56. Методологія обстеження об'єкта автоматизації.
57. Концептуальна модель системи. Об'єктний підхід до моделювання.
58. Універсальні мови проектування моделей UML і BPMN. Позначення та правила зображення діаграм.
59. Класи та їх властивості. Діаграми класів.
60. Діаграми діяльності.
61. Задачі ідентифікації. Структурна, алгоритмічна і параметрична ідентифікація.
62. Активна і пасивна ідентифікація. Ідентифікаційний експеримент.
63. Ідентифікація моделі статички.
64. Ідентифікація моделі динаміки.
65. Статистична ідентифікація.
66. Кореляційний аналіз.
67. Регресійний аналіз.
68. Факторний аналіз.
69. Експертний метод ідентифікації.
70. Інтелектуальні засоби ідентифікації: ідентифікація шляхом навчання нейронних мереж.
71. Інтелектуальні засоби ідентифікації: нечітка ідентифікація.
72. Задачі, критерії, методи прийняття рішень.
73. Які моделі використовуються в статистичних методах прийняття рішень?
74. Як здійснюється агрегування оцінок осіб, що приймають рішення?
75. Модель як складова задачі оптимізації.
76. В чому полягає задача оптимального проектування?
77. За якими ознаками класифікуються задачі оптимізації?
78. Сформулюйте основні складові задачі оптимізації і визначте місце моделі системи у цих складових

79. Використання моделі для прогнозування.
80. Модель як складова задачі оцінювання.
81. Закони збереження як фундаментальні моделі фізичних процесів.
82. Рівняння Максвелла – їх призначення і особливості застосування.
83. Рівняння Шредінгера – їх призначення і особливості застосування.
84. Рівняння дифузії і теплопровідності – їх призначення і особливості застосування.
85. Рівняння Кірхгофа – їх призначення і особливості застосування.
86. Моделі систем автоматичного управління.
87. Основні принципи керування.
88. Закони керування.
89. Моделі у просторі станів і їх матричне подання.
90. Види обчислювальних систем.
91. Моделі обчислювальних систем
92. Моделі комп'ютерних мереж.
93. Моделі АСУ.

ЗАВДАННЯ
для самостійного виконання
і приклади виконання

Теми 1-2. Поняття про технологічні об'єкти. Види технологічних об'єктів. Характеристики технологічних об'єктів.

Перед виконанням задач ознайомтеся з теоретичною частиною цієї теми [1, Глава 1].

Виконайте аналіз технологічного об'єкту. Охарактеризуйте відповідні технологічний процес, технологічні операції, виробничі процеси; технологічне обладнання, система управління.

Об'єкти за вибором:

1. Лікування у стаціонарі лікарні.
2. Вирощування цукрових буряків.
3. Навчання студентів.
4. Обслуговування клієнтів банку.
5. Транспортування нафти нафтопроводом.
6. Виробництво хліба.
7. Виробництво цукру.
8. Виробництво сиру.
9. Виробництво олії.
10. Виробництво цукерок.
11. Виробництво копченої ковбаси.
12. Виробництво вареної ковбаси.
13. Виробництво масла.
14. Виробництво макаронів.
15. Виробництво спирту.
16. Виробництво соку.
17. Виробництво цегли.
18. Виробництво цементу.
19. Виробництво фарби.
20. Виробництво паперу.
21. Виробництво фанери.
22. Виробництво азотних добрив.
23. Виробництво керамічної плитки.
24. Виробництво гранітної плитки.
25. Виробництво пластмасового посуду.
26. Виробництво кольорового скла.
27. Виробництво синтетичної тканини.
28. Захисне покриття труб.
29. Виробництво кабельної продукції.
30. Виробництво ламінату.

Для прикладу візьмемо діяльність університету з навчання студентів.

Це – виробничий процес, тобто сукупність взаємозалежних основних, допоміжних і обслуговуючих процесів праці і знарядь праці з метою створення споживчих цінностей.

Суб'єкт праці – викладач.

Об'єкт праці – студент.

Технологічний процес – власне процес навчання.

Технологічні операції – лекції, лабораторні роботи, практичні заняття та семінари тощо.

До технологічного обладнання можна віднести лекційні аудиторії, лабораторії, комп'ютерні класи, комп'ютери, парти, стільці, лабораторне обладнання.

Система управління – кафедра, деканат, Вчена рада.

Отже технологічний об'єкт – це сукупність процесу навчання, студентів, викладачів, обладнання.

Тема 3. Види моделей.

Підготуйте короткі аналітичні роботи (есе) про основні види моделей:

- Моделі процесів;
- Моделі перетворень;
- Моделі систем;
- Моделі статички;
- Моделі динаміки;
- Вербальні моделі;
- Формальні;
- Алгоритмічні;
- Графічні;
- Фізичні;
- Аналогові;
- Масштабні;
- Геометричні;
- Структурні;
- Функціональні;
- Інформаційні;
- Детерміновані;
- Стохастичні;
- Нечіткі;
- Узагальнені;
- Агрегатні;
- Комплексні;
- Аналітичні;
- Чисельні;
- Імітаційні.

Тема 4. Характеристики моделей.

Перед виконанням задач ознайомтеся з теоретичною частиною цієї теми [1, Глава 1].

Задача

Статична характеристика об'єкта і моделі задані таблицею

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$y_{об}$	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
$y_{мод}$	0	2	6	10	18	29	35	49	62	80

Знайти абсолютну похибку, відносну, зведену, максимальну, середню, середню квадратичну похибки.

Розв'язок

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$y_{об}$	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
$y_{мод}$	0	2	6	10	18	29	35	49	62	80
Абсолютна похибка $\Delta_y = y_{мод} - y_{об} $	0	1	2	1	2	4	1	0	2	1
Відносна похибка $\varepsilon_y = \frac{\Delta_y}{y_{об}}$?	1	0,5	0,11	0,13	0,16	0,03	0	0,03	0,01

Максимальна похибка $\Delta_{y \max} = \max_{x_i \in X}(\Delta_y) = 4$

Середня похибка $\overline{\Delta_y} = \frac{1}{N} \sum_{x_i \in X} \Delta_y = \frac{14}{10} = 1,4$

Середня квадратична похибка $\sigma_y = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{x_i \in X} (\Delta_y)^2} = \sqrt{\frac{32}{10}} = 1,8$

Зведена похибка $\delta_y = \frac{\sigma_y}{y_{об \max} - y_{об \min}} = \frac{1,8}{81 - 0} = 0,02$

Завдання для самостійного виконання

1. Статична характеристика об'єкта і моделі задані таблицею.

$y_{об}$	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
$y_{мод}$	0	2	8	12	14	24	38	49	66	79

Розрахувати абсолютну та середню похибки моделі.

2. Статична характеристика об'єкта і моделі задані таблицею.

$y_{об}$	0	1	3	7	11	19	22	31	52	69
$y_{мод}$	1	1	2	6	12	22	24	36	51	68

Розрахувати абсолютну, відносну похибки моделі.

3. В результаті вимірювання стану об'єкта отримані значення $y_{об}$, та значення того ж стану на основі моделі $y_{мод}$. Розрахувати похибки моделі: середню квадратичну, зведену

$y_{об}$	0	0,1	0,25	0,32	0,56	0,8	1,4	1,9	2
$y_{мод}$	0,05	0,2	0,3	0,3	0,7	0,75	1,35	2	2

4. В результаті експерименту виміряні вхідний X і вихідний Y сигнали об'єкта і запропоновано 2 моделі. На основі критерія зведеної середньої квадратичної похибки визначити, яка з моделей є кращою.

x	0	2	4	6	8	10	12
$y_{об}$	0	0.25	-0.25	0	0.2	-0.3	-0.1
$y = e^{-x} \sin x$							
$y = \frac{\sin x}{x+1}$							

5. В результаті дослідження об'єкта визначено його стан $y_{об}$, а в результаті моделювання отримано значення $y_{мод}$. Знайти похибки моделі: абсолютну, середню квадратичну, зведену.

x	0	1,1	1,9	2,05	3,2	3,8	4,3	5
$y_{об}$	0	1,3	6,9	8,6	32,8	54,9	79,5	125
$y_1 = x^2$								
$y_2 = e^x - 1$								

6. В результаті дослідження об'єкта визначено його стан $y_{об}$, а в результаті моделювання отримано значення $y_{мод}$. Знайти похибки моделі: середню квадратичну, зведену.

x	0	2	4	6	8	10	12
$y_{об}$	0	0.3	-0.25	0	0.19	-0.32	-0.11
$y = e^x \sin x$							
$y = \frac{\sin x}{x-1}$							

7. Статична характеристика об'єкта і моделі задані таблицею

$y_{об}$	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
$y_{мод}$	0	2	4	7	14	24	38	50	65	83

Розрахувати абсолютну, відносну похибки моделі.

8. Дані наведені в таблиці.

$y_{об}$	0	1,1	1,9	2,3	2,9	3,5	4,1
$y_{мод}$	0,1	1,2	1,75	2,31	2,8	3,6	3,85

Знайти абсолютну похибку, середню квадратичну похибки.

9. Дані наведені в таблиці.

x	0	1,1	1,9	2,3	2,9	3,5	4
$y_{об}$	0,1	1,2	1,75	2,3	2,8	3,6	3,8
$y = \cos(x)$							
$y = \sin(x)$							

Знайти абсолютну похибку, середню квадратичну похибки.

10. Дані наведені в таблиці. Розрахувати значення та на основі розрахунку абсолютної та відносної похибок зробити висновок, яка з моделей є краща.

x	0,5	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	4
$y_{об}$	1	0,9	0,8	0,78	0,71	0,7	3,8
$y = e^{-x}$							
$y = \frac{1}{x}$							

11. Дано: $y = e^{2x}$, $x_0 = 2$. Порахувати середню квадратичну похибку, лінійною та квадратичною частинами ряду Тейлора.

12. Статична характеристика об'єкта і моделі задані таблицею.

$y_{об}$	0	1	3	8	15	23	36	45	67	82
$y_{мод}$	1	1	4	5	13	20	35	44	69	83

Розрахувати абсолютну, відносну похибки моделі.

13. Статична характеристика об'єкта і моделі задані таблицею

$y_{об}$	0	1,2	1,7	2,3	2,7	3,7	4,2
$y_{мод}$	0,3	1,4	1,8	2,5	2,8	3,5	3,9

Знайти абсолютну похибку, середню квадратичну похибки.

14. Дані наведені в таблиці.

$y_{об}$	0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	4
$y_{мод}$	1	0,9	0,8	0,78	0,71	0,7	3,8

Знайти абсолютну похибку, середню квадратичну похибки.

15. Статична характеристика об'єкта і моделі задані таблицею.

$y_{об}$	0	1	6	8	17	26	39	48	65	80
$y_{мод}$	0	2	8	12	14	24	38	49	66	78

Розрахувати абсолютну і зведену похибки моделі.

16. Статична характеристика об'єкта і моделі задані таблицею.

$y_{об}$	0,1	1	1,3	1,8	2,3	2,9	3,5	4,1	5,3	5,9
$y_{мод}$	0,2	0,9	1,4	1,75	2,2	2,9	3,6	4,1	5,3	5,85

Розрахувати абсолютну, відносну похибки моделі.

Тема 5. Пакети програм для моделювання

1. Підготуйте короткі аналітичні роботи (есе) про міжнародні організації і системи стандартів моделювання:

1. DMSO.
2. SISO.
3. SISO.
4. HLA.
5. IDEF.

2. Підготуйте короткі аналітичні роботи (есе) про основні пакети програм для моделювання:

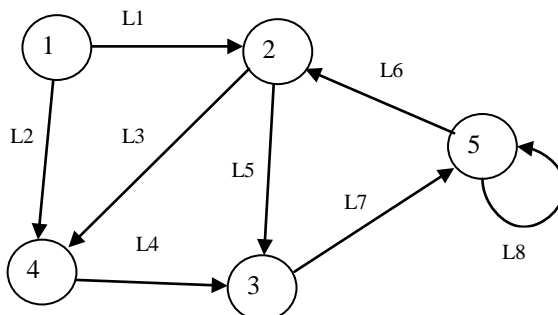
1. UML.
2. JSD.
3. BPML.
4. BPMN.
5. MathCad .
6. MatLab.
7. Scilab.
8. Mathematica.
9. Maple.
10. Derive.
11. VisSim.
12. Genius.
13. ANSYS.

Тема 6. Структурні моделі

Перед виконанням задач ознайомтеся з теоретичною частиною цієї теми [1, Глава 2].

Приклад 6.1

Дано граф. Побудувати матрицю суміжності та матрицю інциденції.



Розв'язок

Матриця інциденції представляє орієнтований незважений граф (рис.1).

	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8
1	1	1	0	0	0	0	0	0
2	-1	0	1	0	1	-1	0	0
3	0	0	0	-1	-1	0	1	0
4	0	-1	-1	1	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	1	-1	1

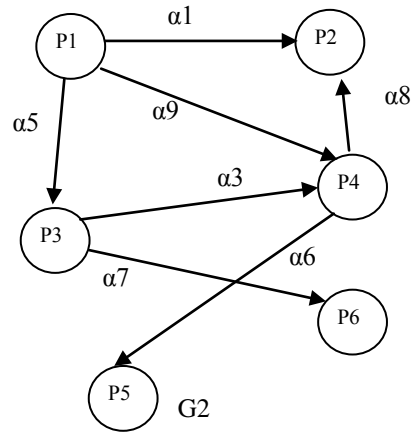
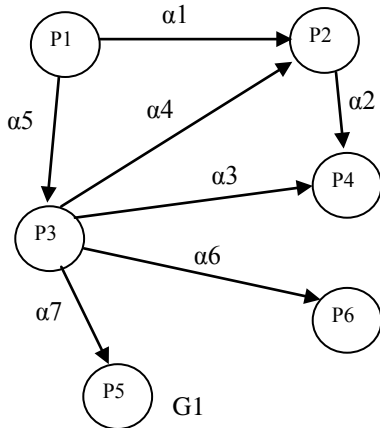
Матриця суміжності графа на рис.1

	1	2	3	4	5
1	0	1	0	1	0
2	0	0	1	1	0
3	0	0	0	0	1
4	0	0	1	0	0
5	0	1	0	0	1

Пар вершин: 1-4; 1-2; 2-4; 2-3; 3-5; 4-3; 5-2; 5-5

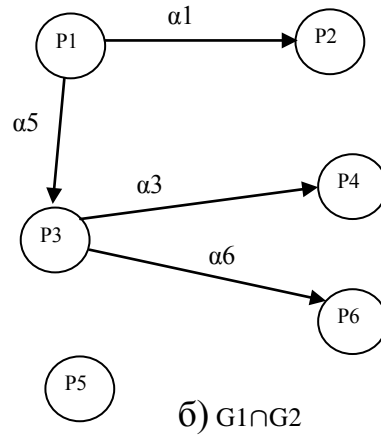
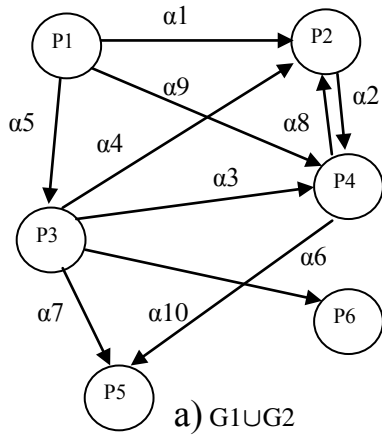
Приклад 6.2

Дано два графа.



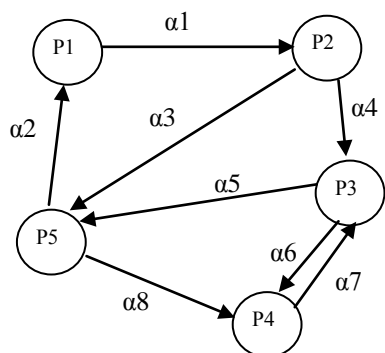
Знайти перетин, об'єднання

Розв'язок

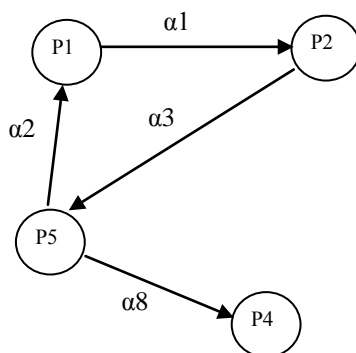


Приклад 6.3

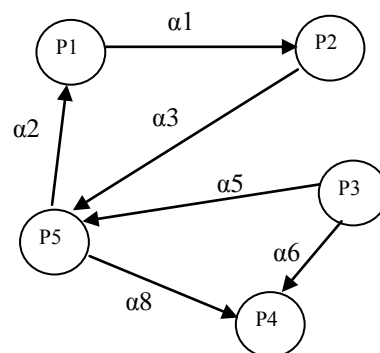
Дано граф. Завдання: 1) видалити вершину P3; 2) видалити дуги α_4 та α_7 ; 3) замкнути вершини P1, P2; 4) зтягнути дугу α_1 ; 5) зтягнути дуги α_1 , α_6 та α_7 .



а



б

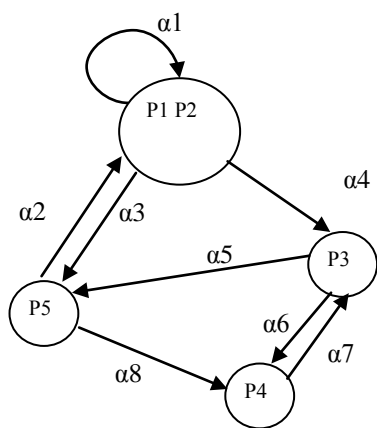


в

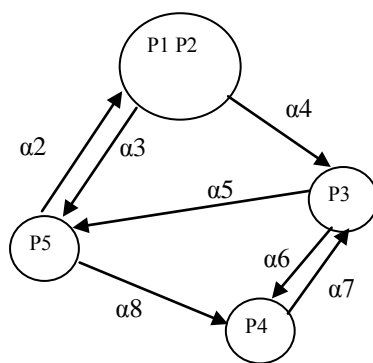
Розв'язок

На рисунку 5 представлений розв'язок задачі.

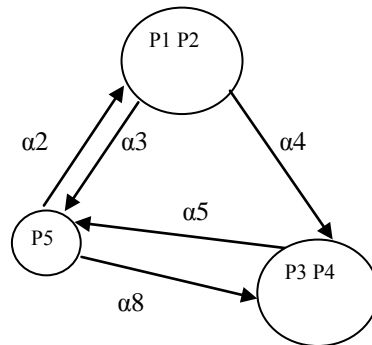
- 1) видалити вершину P3 рис. 3б;
- 2) видалити дуги α_4 та α_7 рис. 3в;
- 3) замкнути вершини P1, P2 рис. 3г;
- 4) зтягнути дугу α_1 рис. 3д;
- 5) зтягнути дуги α_1 , α_6 та α_7 рис. 3е.



Г



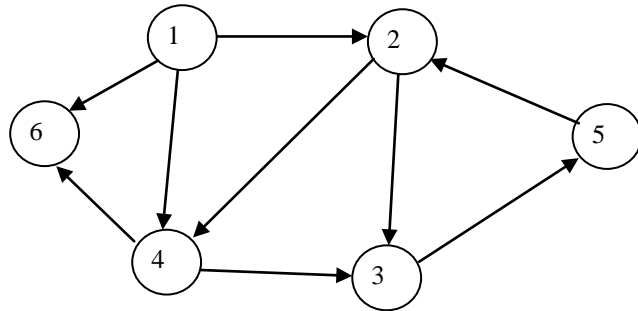
Д



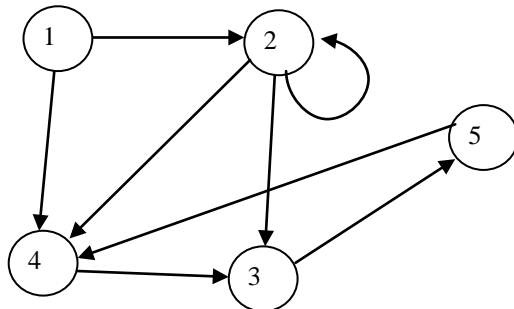
е

Завдання для самостійного виконання

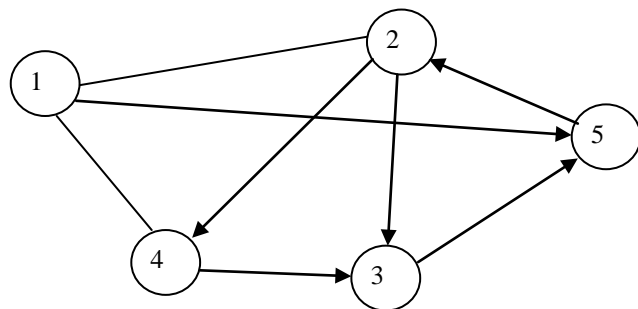
1. Нехай задано граф. Побудувати матрицю суміжності і пар вершин.



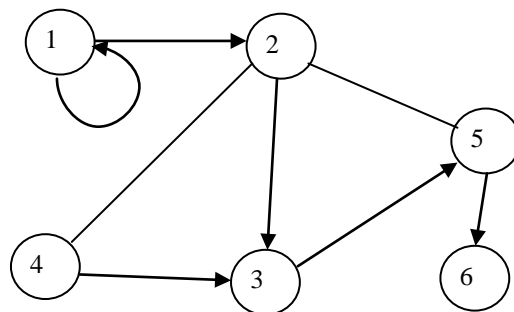
2. Нехай задано граф. Побудувати матрицю суміжності.



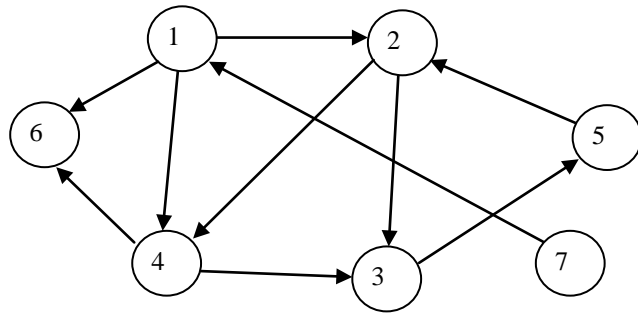
3. Нехай задано граф. Побудувати матрицю суміжності.



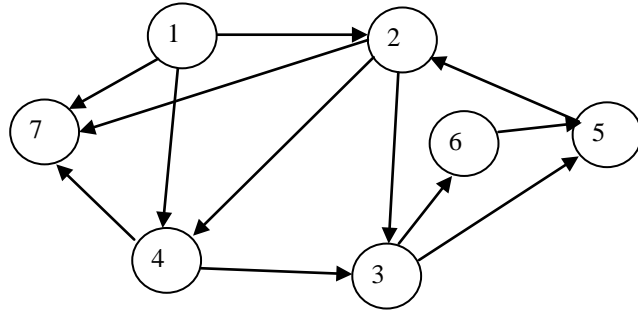
4. Нехай задано граф. Побудувати матрицю суміжності.



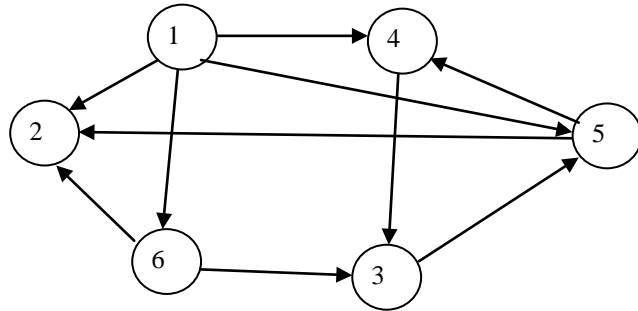
5. Нехай задано граф. Побудувати матрицю інциденції.



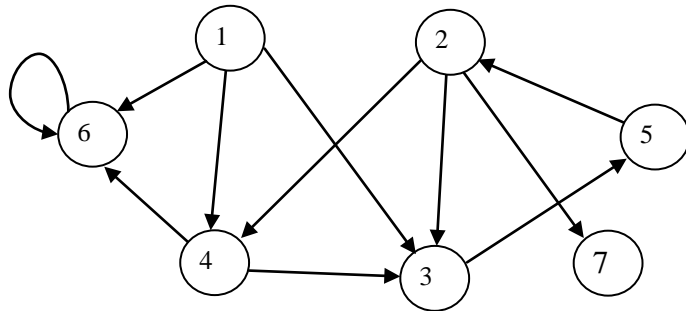
6. Нехай задано граф. Побудувати матрицю інциденції.



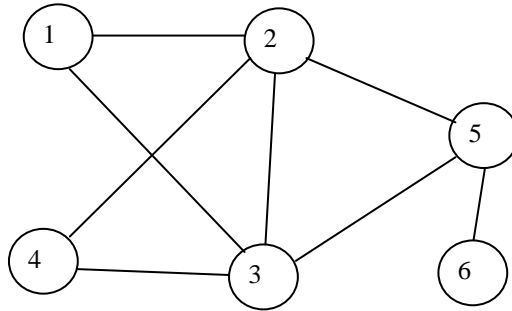
7. Нехай задано граф. Побудувати матрицю інциденції і пар вершин.



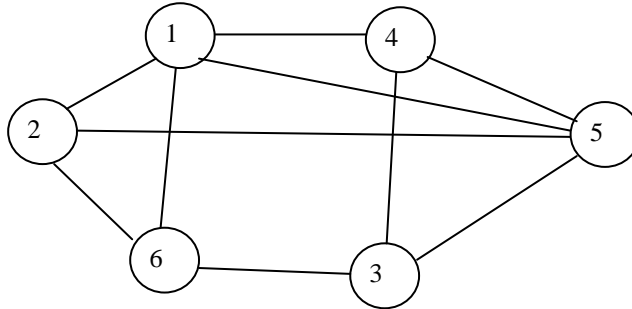
8. Нехай задано граф. Побудувати матрицю інциденції.



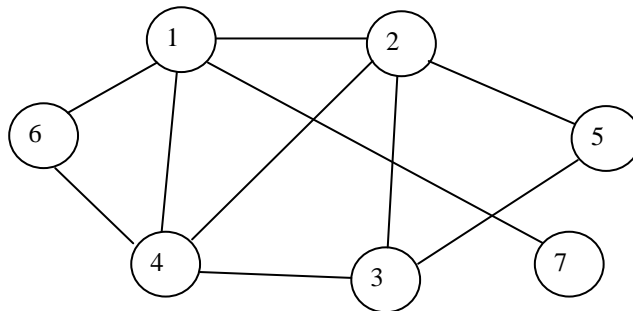
9. Нехай задано граф. Побудувати матрицю суміжності.



10. Нехай задано граф. Побудувати матрицю суміжності.



11. Нехай задано граф. Побудувати матрицю інциденції.



12. Дано матрицю інциденції. Побудувати граф.

	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10	L11
1	1	1	0	0	-1	0	0	0	1	0	0
2	-1	0	1	0	1	-1	0	0	0	0	1
3	0	0	0	-1	-1	0	1	0	0	0	0
4	0	-1	-1	1	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	1	-1	1	1	1	1
6	1	0	0	0	1	-1	1	0	0	0	1
7	-1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0

13. Дано матрицю суміжності. Побудувати граф.

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	0	1	0	0
2	0	0	1	1	0	0
3	0	0	0	0	1	1
4	0	0	1	0	0	1
5	0	1	0	0	1	0
6	1	1	1	1	0	0

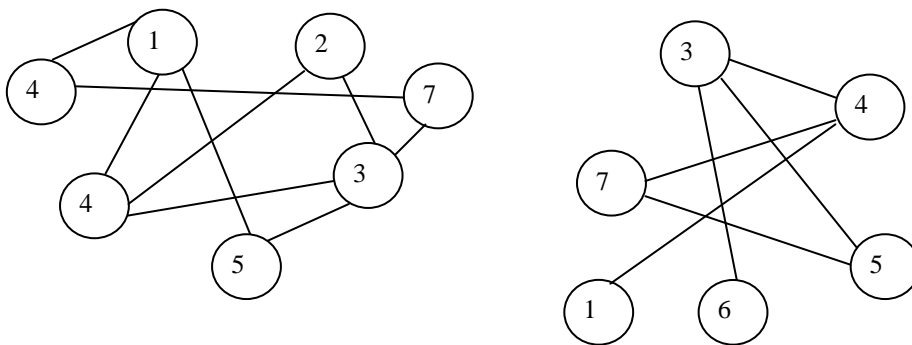
14. Дано матрицю інциденції. Побудувати граф.

	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10	L11
1	1	1	0	1	-1	0	0	0	1	0	0
2	-1	0	1	0	1	-1	0	0	0	0	1
3	0	0	0	-1	-1	0	1	0	0	1	0
4	0	-1	-1	1	0	0	0	0	1	0	0
5	0	1	0	0	0	1	-1	0	1	1	1
6	1	0	0	0	1	-1	1	0	0	0	1

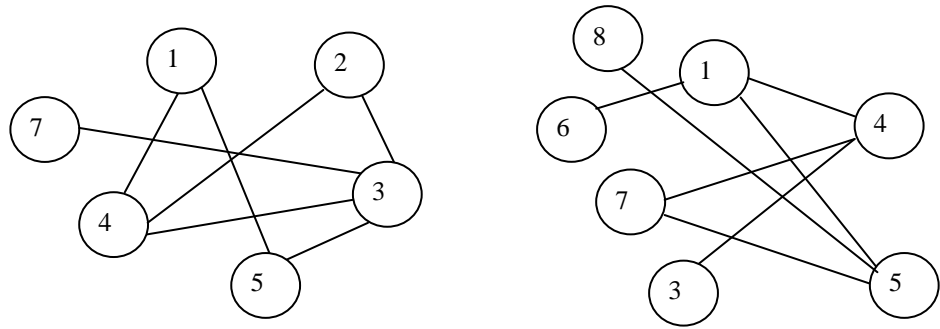
15. Дано матрицю суміжності. Побудувати граф.

	1	2	3	4	5	6
1	1	1	0	1	0	0
2	0	0	1	0	1	0
3	0	1	0	0	1	1
4	1	0	1	0	0	0
5	0	1	0	0	1	0
6	1	0	0	1	0	0

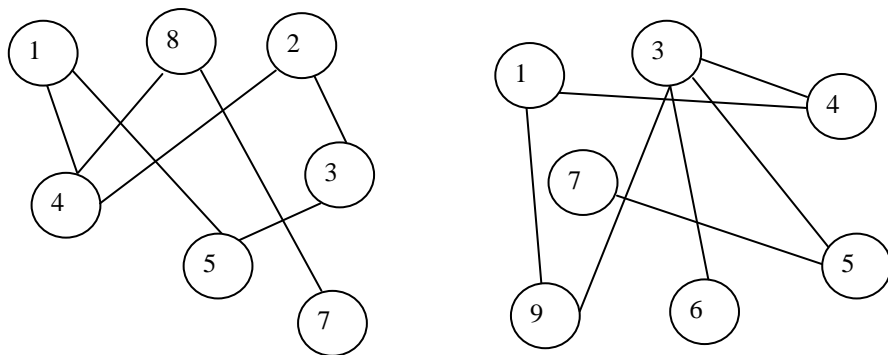
16. Дано два графа. Знайти перетин графів і скласти для них матрицю інциденції.



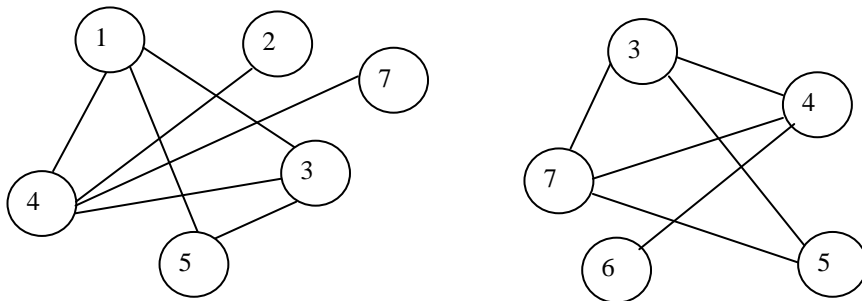
17. Дано 2 графа. Знайти перетин графів і скласти матрицю суміжності.



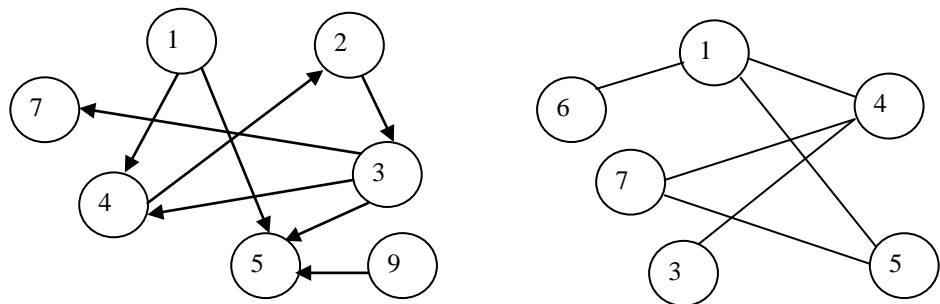
18. Дано два графа. Знайти об'єднання графів і скласти для них матрицю інциденції.



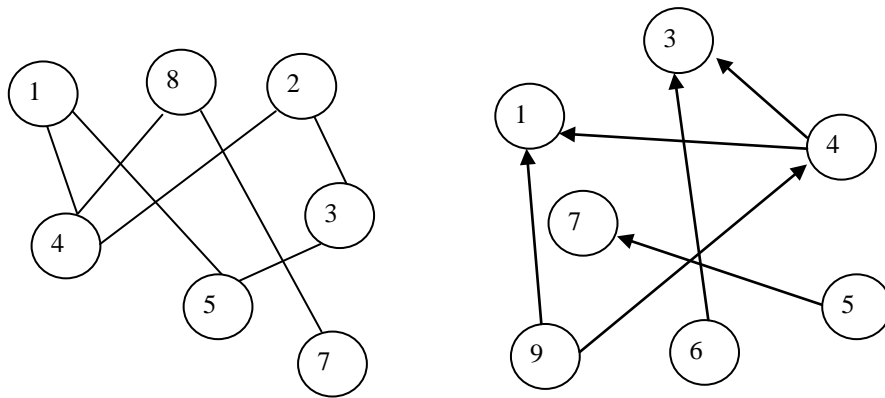
19. Дано 2 графа. Знайти об'єднання графів і скласти матрицю суміжності.



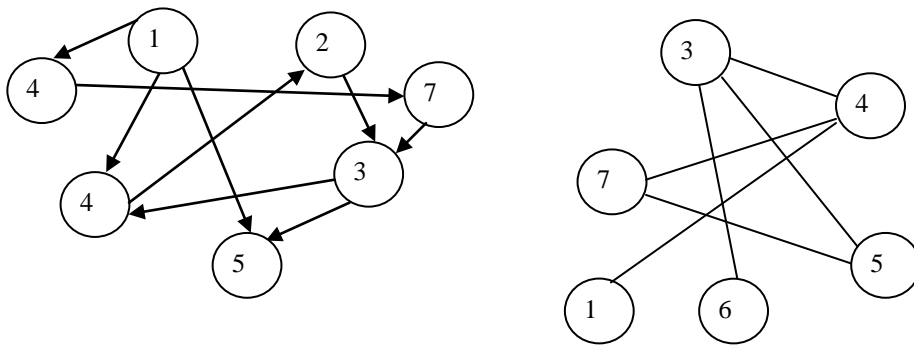
20. Дано 2 графа. Знайти перетин графів і скласти матрицю суміжності.



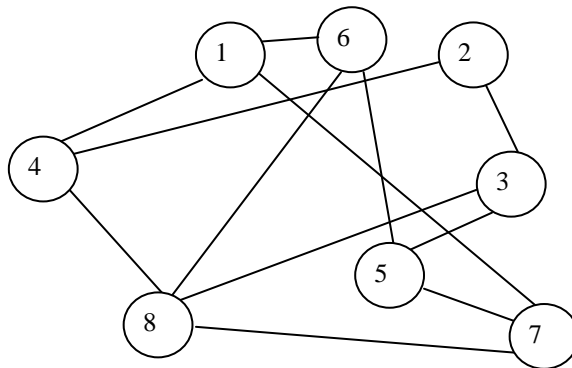
21. Дано два графа. Знайти об'єднання графів і скласти для них матрицю інциденції.



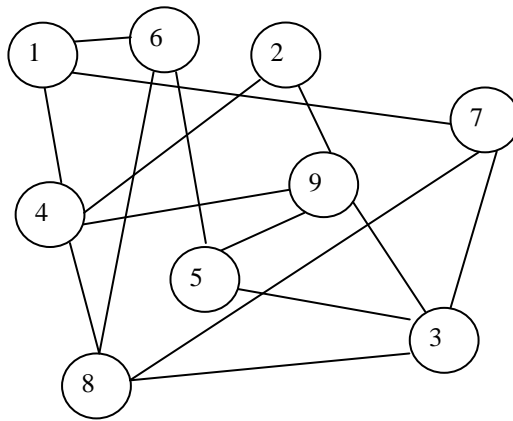
22. Дано два графа. Знайти об'єднання графів і скласти матрицю суміжності.



23. Дано граф. Замкнути 7 і 8 вершини та видалити 3.



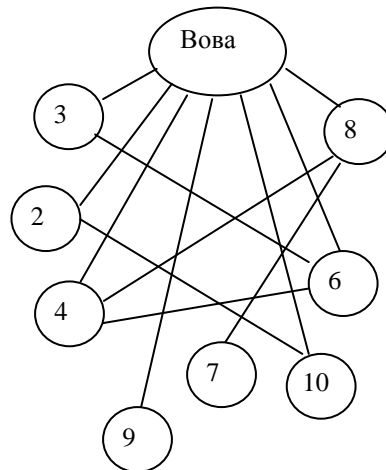
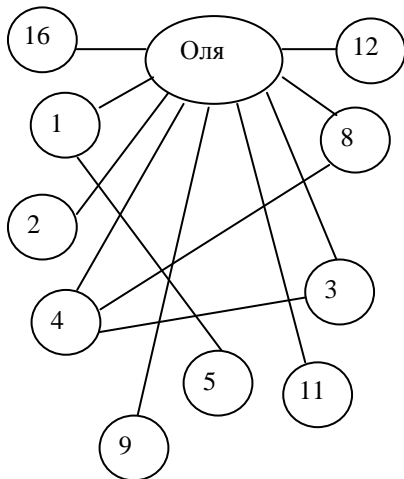
24. Дано граф. Видалити 2 і 3 вершини та побудувати матрицю суміжності для нового графа.



25. Між дев'ятьма планетами сонячної системи встановлено космічне сполучення. Рейсові ракети літають за наступними маршрутами: Земля - Меркурій; Плутон - Венера; Земля - Плутон; Плутон - Меркурій; Меркурій - Венера; Уран - Нептун; Нептун - Сатурн; Сатурн - Юпітер; Юпітер - Марс і Марс - Уран. Чи можна долетіти на рейсових ракетах з Землі до Марса?

26. У Каті є інтереси – кіно, театр, плавання, вишивання, малювання, читання художніх книг та кулінарія, а у Максима – футбол, машини, мотоцикли, плавання, комп'ютерні ігри, кіно, читання історичної літератури. Порекомендуйте на прикладі графової моделі, про що поспілкуватися їм при зустрічі (спільні теми для розмови).

27. У Ольги 10 найближчих друзів, у Володимира 8. Граф друзів представлений на рисунку. Кого обов'язково потрібно запросити на спільну вечерю, щоб у кожного був друг серед гостей?



Тема 7. Моделі статки

Перед виконанням задач ознайомтеся з теоретичною частиною цієї теми [1, Глава 3.1].

Приклад 7.1

Дана нелінійна модель статки $y = x^2 + 2$. Здійснити лінеаризацію в точці $x_0 = 2$.

Розв'язок

Необхідно знайти похідну.

$$y' = (x^2 + 2)' = 2x$$

Знаходимо значення похідної в точці x_0 .

$$y'(x_0) = y'(2) = 2 * 2 = 4$$

Знаходимо значення функції в точці x_0 .

$$y(x_0) = y(2) = 2 * 2 + 2 = 6$$

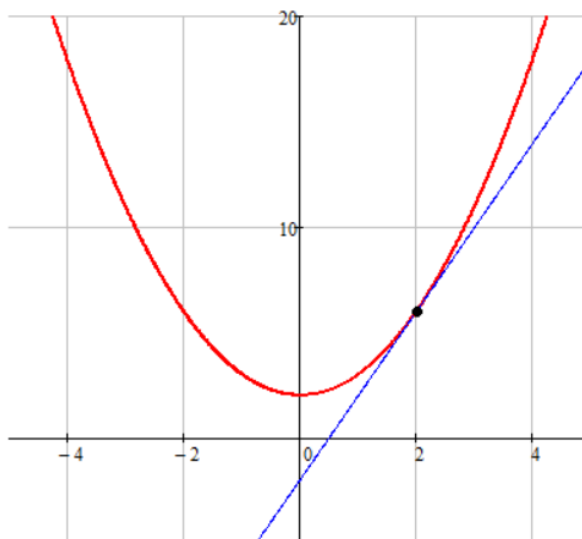
Шукані значення підставляємо у рівняння дотичної.

$$y = y(x_0) + y'(x_0)(x - x_0)$$

$$y = 6 + 4(x - 2)$$

$$y = 4x - 2$$

Отримуємо графік.



Приклад 7.2

Дана нелінійна модель статки $y = x^4$. Здійснити лінеаризацію в точці $x_0 = -1$. Розрахувати похибку лінеаризації на інтервалі $k \in [-1; 0]$.

Розв'язок

Знаходимо похідну

$$y' = (x^4)' = 4x^3$$

Знаходимо значення похідної в точці x_0 .

$$y'(x_0) = y'(-1) = -4$$

Знаходимо значення функції в точці x_0 .

$$y(x_0) = y(-1) = 1$$

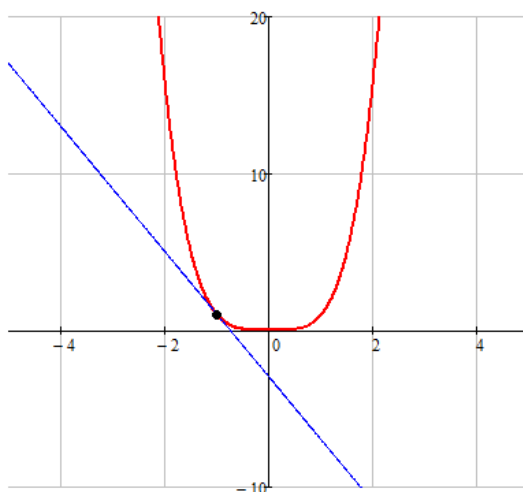
Шукані значення підставляємо у рівняння дотичної.

$$y = y(x_0) + y'(x_0)(x - x_0)$$

$$y = 1 - 4(x + 1)$$

$$y = -4x - 3$$

Отримуємо графік



Шукаємо похибку на інтервалі $k \in [-1;0]$

$$x_1 := -1$$

$$x_2 := 0$$

$$D := \frac{1}{x_2 - x_1} \int_{x_1}^{x_2} [x^4 - (-4x - 3)]^2 dx$$

$$\sigma := \sqrt[2]{D} = 1.52$$

Приклад 7.3

Дана нелінійна модель статички $f(x) = x^2 + 4$. Здійснити лінеаризацію на інтервалі $k \in [-2;0]$.

Розв'язок

Задаємо рівняння прямої.

$$y(a, b, x) = a * x + b$$

Знаходимо коефіцієнти a і b .

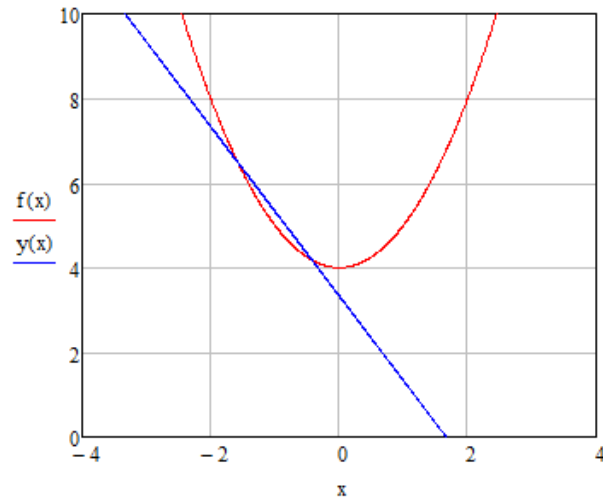
$$d(a, b, x) = (f(x) - y(a, b, x))^2$$

$$D(a, b) = \frac{1}{x_2 - x_1} \int_{x_1}^{x_2} (f(x) - y(a, b, x))^2 dx$$

Використовуючи функцію Minimize у Mathcad, знаходимо шукані a і b , та будуємо графік.

$$v := \text{Minimize}(D, a, b) = \begin{pmatrix} -2 \\ 3.333 \end{pmatrix}$$

$$y(x) := v_0 x + v_1$$



Приклад 7.4

Дана нелінійна модель статички $y = e^x$. Здійснити апроксимацію простішою нелінійною функцією на інтервалі $k \in [-4;1]$.

Розв'язок

Задаємо простішу нелінійну функцію

$$y(a, b, c, x) = a * x^2 + b * x + c$$

Знаходимо коефіцієнти a , b , c .

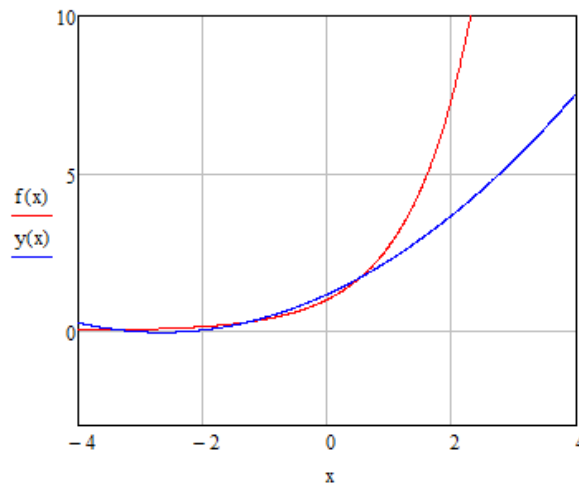
$$d(a, b, c, x) = (f(x) - y(a, b, c, x))^2$$

$$D(a, b, c) = \frac{1}{x_2 - x_1} \int_{x_1}^{x_2} (f(x) - y(a, b, c, x))^2 dx$$

Використовуючи функцію Minimize у Mathcad, знаходимо шукані a , b , c , та будуємо графік.

$$v := \text{Minimize}(D, a, b, c) = \begin{pmatrix} 0.171 \\ 0.91 \\ 1.165 \end{pmatrix}$$

$$y(x) := v_0 x^2 + v_1 x + v_2$$



Приклад 7.5

Дана нелінійна модель статички $f(1,2,4) = 3x^2 + 4xy + \frac{x}{z}$. Розрахувати чутливість моделі до певного впливового фактору в точці x .

Розв'язок

Знаходимо похідну по x

$$S_x(x=1, y=2, z=4) = f'(1,2,4) = 6x + 4y - \frac{1}{z}$$

Підставляємо значення

$$6x + 4y + \frac{1}{z} = 6 * 1 + 4 * 2 - \frac{1}{4} = 13.75$$

Приклад 7.6

Дана нелінійна модель статички $u = 3v + x^2 + y^3 z + \frac{x}{y}$, де v - вимірюваний параметр, x, y, z - невизначені фактори. Розрахувати похибку від невизначеності початкових даних $x \in (0,2); y \in (1,3); z \in (0,4)$. Використати оцінку чутливості моделі.

Розв'язок

Знаходимо середні значення і діапазони невизначених факторів:

$$\bar{x} = \frac{2+0}{2} = 1; \quad d_x = \frac{2-0}{2} = 1;$$

$$\bar{y} = \frac{3+1}{2} = 2; \quad d_y = \frac{3-1}{2} = 1;$$

$$\bar{z} = \frac{4+0}{2} = 2 \quad d_z = \frac{4-0}{2} = 2.$$

Знаходимо чутливості по кожному фактору у середній точці:

$$S_x = \frac{du}{dx} = 2x + \frac{1}{y} \left| \begin{array}{l} x = \bar{x} \\ y = \bar{y} \\ z = \bar{z} \end{array} \right. = 2,5$$

$$S_y = \frac{du}{dy} = 3y^2 z - \frac{x}{y^2} \left| \begin{array}{l} x = \bar{x} \\ y = \bar{y} \\ z = \bar{z} \end{array} \right. = 23,75$$

$$S_z = \frac{du}{dz} = y^3 \left| \begin{array}{l} x = \bar{x} \\ y = \bar{y} \\ z = \bar{z} \end{array} \right. = 8$$

Якщо розподіл ймовірностей невідомих факторів рівномірний, то їх середні квадратичні відхилення

$$\sigma = \frac{d}{2\sqrt{3}}$$

Розраховуємо похибку

$$\sigma_u = S_x \cdot \frac{d_x}{2\sqrt{3}} + S_y \cdot \frac{d_y}{2\sqrt{3}} + S_z \cdot \frac{d_z}{2\sqrt{3}} = 12,35$$

Завдання для самостійного виконання

- 1) Дана нелінійна модель статички $y = x^2 + 4$. Здійснити лінеаризацію в точці $x_0 = -1$.

- 2) Дана нелінійна модель стативи $y = e^x$. Здійснити лінеаризацію в точці $x_0 = 0$.
- 3) Дана нелінійна модель стативи $y = \ln(x)$. Здійснити лінеаризацію в точці $x_0 = 1$.
- 4) Дана нелінійна модель стативи $y = (x - 2)^2$. Здійснити лінеаризацію в точці $x_0 = 0$.
- 5) Дана нелінійна модель стативи $y = 2x^3$. Здійснити лінеаризацію в точці $x_0 = 1$.
- 6) Дана нелінійна модель стативи $y = x^3 + 1$. Здійснити лінеаризацію в точці $x_0 = 1$. Розрахувати похибку лінеаризації на інтервалі $k \in [0;2]$.
- 7) Дана нелінійна модель стативи $y = 2x^2 - 3$. Здійснити лінеаризацію в точці $x_0 = -1$. Розрахувати похибку лінеаризації на інтервалі $k \in [-3;1]$.
- 8) Дана нелінійна модель стативи $y = x^2 + 2x$. Здійснити лінеаризацію в точці $x_0 = 1$. Розрахувати похибку лінеаризації на інтервалі $k \in [0;2]$.
- 9) Дана нелінійна модель стативи $y = x^2 - x + 3$. Здійснити лінеаризацію в точці $x_0 = -1$. Розрахувати похибку лінеаризації на інтервалі $k \in [-3;0]$.
- 10) Дана нелінійна модель стативи $y = x^4 + 2$. Здійснити лінеаризацію в точці $x_0 = 1$. Розрахувати похибку лінеаризації на інтервалі $k \in [0;1]$.
- 11) Дана нелінійна модель стативи $y = 4 \sin(x)$. Здійснити лінеаризацію на інтервалі $k \in [2;4]$.
- 12) Дана нелінійна модель стативи $y = e^x$. Здійснити лінеаризацію на інтервалі $k \in [-2;0]$.
- 13) Дана нелінійна модель стативи $y = (x - 2)^2$. Здійснити лінеаризацію на інтервалі $k \in [-1;2]$.
- 14) Дана нелінійна модель стативи $y = -2 \cos(x)$. Здійснити лінеаризацію на інтервалі $k \in [0;4]$.

- 15) Дана нелінійна модель статки $y = 4x^2$. Здійснити лінеаризацію на інтервалі $k \in [-1;0]$.
- 16) Дана нелінійна модель статки $y = e^{-x}$. Здійснити апроксимацію простішою нелінійною функцією $y = \frac{4}{x}$ на інтервалі $k \in [0;2]$.
- 17) Дана нелінійна модель статки $y = x^3 + 2$. Здійснити апроксимацію простішою нелінійною функцією $y = x^2$ на інтервалі $k \in [0;2]$.
- 18) Дана нелінійна модель статки $y = e^x + 2$. Здійснити апроксимацію простішою нелінійною функцією $y = x^2$ на інтервалі $k \in [-1;1]$.
- 19) Дана нелінійна модель статки $y = \ln(x)$. Здійснити апроксимацію простішою нелінійною функцією $y = \frac{1}{x}$ на інтервалі $k \in [0;4]$.
- 20) Дана нелінійна модель статки $y = e^{-x}$. Здійснити апроксимацію простішою нелінійною функцією $y = 2x^2$ на інтервалі $k \in [-2;1]$.
- 21) Дана нелінійна модель статки $f(2,3,1) = x^3 + xy - xyz$. Розрахувати чутливість моделі до певного впливового фактору в точці x .
- 22) Дана нелінійна модель статки $f(1,4,3) = -x^2 + \frac{yz}{x} + xy^3$. Розрахувати чутливість моделі до певного впливового фактору в точці y .
- 23) Дана нелінійна модель статки $f(2,2,2) = xyz - xz^2 + \ln z$. Розрахувати чутливість моделі до певного впливового фактору в точці z .
- 24) Дана нелінійна модель статки $f(4,2,5) = 2x^2 + yz + \sqrt{x}$. Розрахувати чутливість моделі до певного впливового фактору в точці x .
- 25) Дана нелінійна модель статки $f(2,1,4) = \ln x + 3xz - z^2$. Розрахувати чутливість моделі до певного впливового фактору в точці z .
- 26) Дана нелінійна модель статки $u = x^2 + xz^3 + \frac{y}{z}$. Розрахувати похибку від невизначеності початкових даних $x \in (0,1)$; $y \in (1,2)$; $z \in (0,3)$. Використати оцінку чутливості моделі.

- 27) Дана нелінійна модель статки $u = xuz + y^3z + e^z$. Розрахувати похибку від невизначеності початкових даних $x \in (0,3); y \in (1,3); z \in (2,4)$. Використати оцінку чутливості моделі.
- 28) Дана нелінійна модель статки $u = x^4 + e^{xy} + \frac{x}{y+z}$. Розрахувати похибку від невизначеності початкових даних $x \in (2,3); y \in (0,2); z \in (1,3)$. Використати оцінку чутливості моделі.
- 29) Дана нелінійна модель статки $u = y^2 + xy^3z^2 + \frac{1}{z}$. Розрахувати похибку від невизначеності початкових даних $x \in (0,4); y \in (1,3); z \in (0,1)$. Використати оцінку чутливості моделі.
- 30) Дана нелінійна модель статки $u = x^3 + xz^3 + \frac{y}{x+z}$. Розрахувати похибку від невизначеності початкових даних $x \in (0,1); y \in (0,2); z \in (0,2)$. Використати оцінку чутливості моделі.

Тема 8. Моделі динаміки

Перед виконанням задач ознайомтеся з теоретичною частиною цієї теми [1, Глава 3.2].

Приклад 8.1

Спектр вхідного сигналу описується експоненціальною функцією $S_x(\omega) = e^{-3\omega}$. Передаточна функція лінійної динамічної системи $W(p) = \frac{2p}{3p+1}$. Знайти спектр вихідного сигналу і побудувати його графік.

Розв'язок

Спектр вихідного сигналу: $S_y(\omega) = |W(j\omega)| \cdot S_x(\omega)$, $S_y(\omega)$ відомо, потрібно знайти $|W(j\omega)|$.

Для цього в передаточній функції здійснюємо заміну $p \rightarrow j\omega$ і знаходимо вираз:

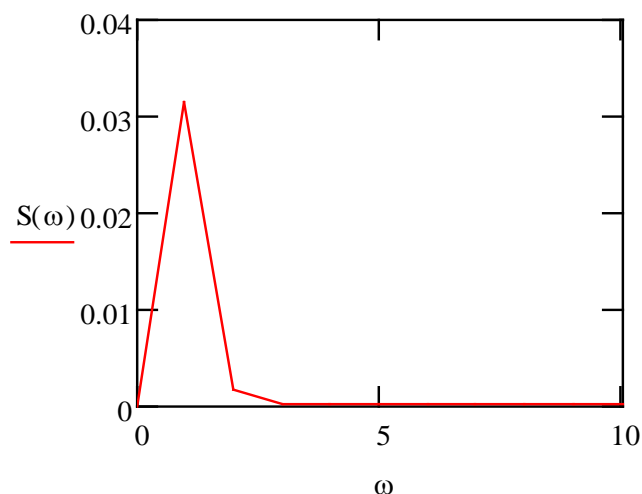
$$W(j\omega) = W(p) \Big|_{p \rightarrow j\omega} = \frac{2j\omega}{3j\omega + 1}$$

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = \frac{|2j\omega|}{|3j\omega + 1|} = \frac{2\omega}{\sqrt{1 + 9\omega^2}}$$

$$\text{Спектр вихідного сигналу: } S_y(\omega) = A(\omega) \cdot S_x(\omega) = \frac{2\omega}{\sqrt{9\omega^2 + 1}} \cdot e^{-3\omega}$$

Графік спектра вихідного сигналу зображений на рисунку

$$\omega := 0..10$$



Завдання для самостійного виконання

- 1) Спектр вхідного сигналу описується експоненціальною функцією $S_x(\omega) = e^{-3\omega}$. Передаточна функція лінійної динамічної системи

$W(p) = \frac{2p+1}{3p+1}$. Знайти спектр вихідного сигналу і побудувати його графік.

2) Спектр вхідного сигналу описується експоненціальною функцією $S_x(\omega) = 4\omega^2 - 1$. Передаточна функція лінійної динамічної системи $W(p) = \frac{4p}{2p+1}$. Знайти спектр вихідного сигналу і побудувати його графік.

3) Спектр вхідного сигналу описується експоненціальною функцією $S_x(\omega) = \omega^2 - 4$. Передаточна функція лінійної динамічної системи $W(p) = \frac{p}{p-2}$. Знайти спектр вихідного сигналу і побудувати його графік.

4) Дана модель системи у вигляді диференційного рівняння
$$y''' - 3y'' + 2y' = x'' + 5x' - x$$

Знайти передаточну функцію системи та АЧХ.

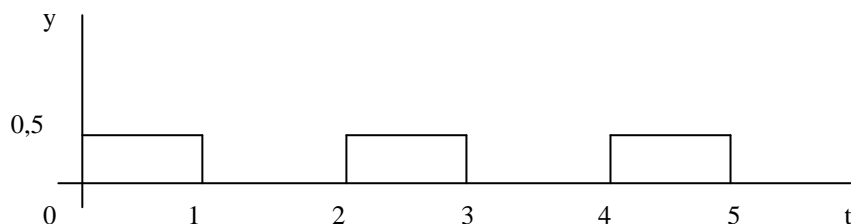
5) Дана модель системи у вигляді диференційного рівняння
$$3y'' + y' - 2y = x''' + 5x' - x$$

Знайти передаточну функцію системи і побудувати графік АФЧХ.

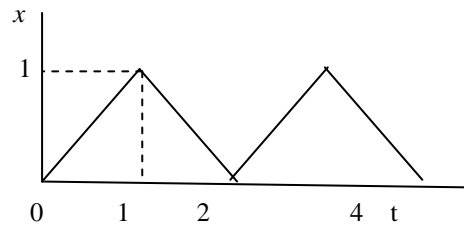
6) Дана модель системи у вигляді диференційного рівняння
$$2y''' - 3y'' + y' = x'' + 5x' - x$$

Знайти передаточну функцію системи та АЧХ.

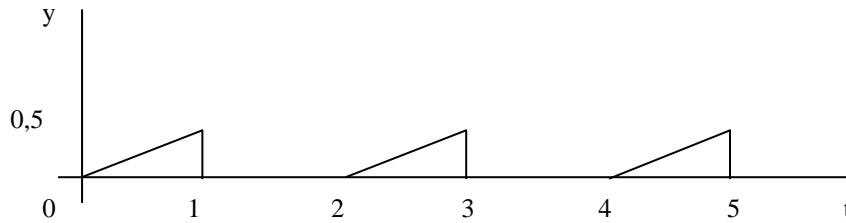
7) Вихідний сигнал системи має вигляд. Знайти його спектр



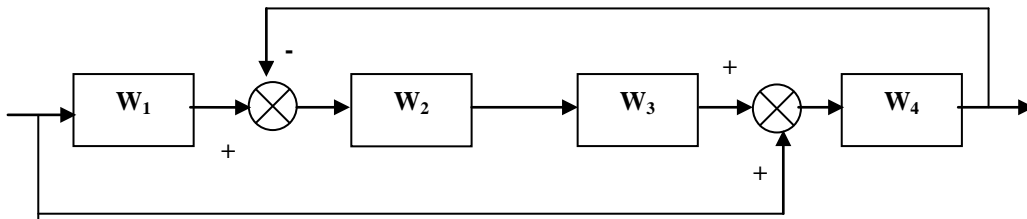
8) Вихідний сигнал системи має вигляд періодичної послідовності. Знайти його спектр.



9) Вихідний сигнал системи має вигляд періодичної послідовності. Знайти його спектр.

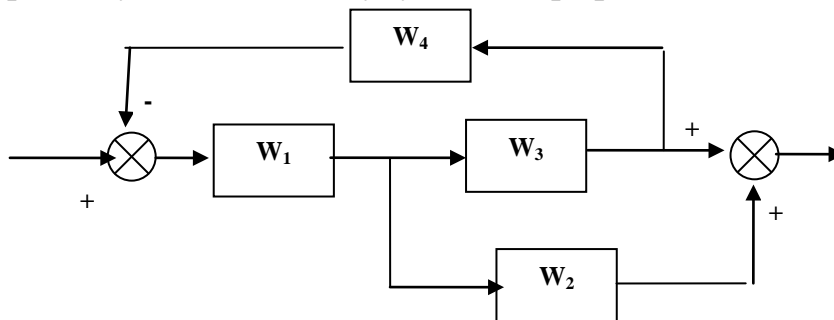


10) Знайти передатну функцію і логарифмічну амплітудно-фазову частотну характеристику системи і побудувати їх графіки



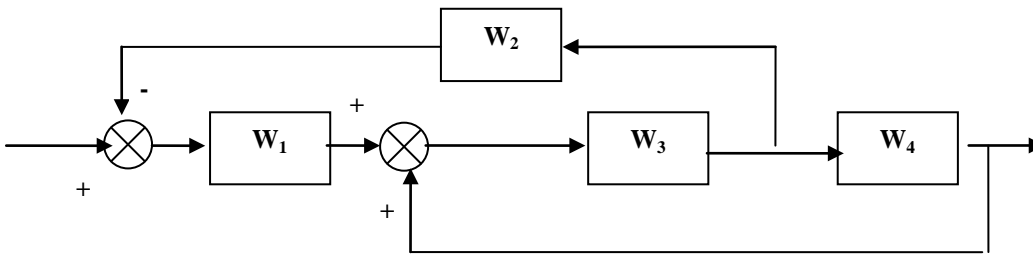
W_1	W_2	W_3	W_4
$\frac{2}{T_1 p + 1}$	$T_2 p$	$\frac{1}{T_3 p}$	K_4

11) Знайти передатну функцію і логарифмічну амплітудно-фазову частотну характеристику системи і побудувати їх графіки



W_1	W_2	W_3	W_4
$\frac{2}{T_1 p + 1}$	$T_2 p$	$\frac{1}{T_3 p}$	K_4

12) Знайти передатну функцію і логарифмічну амплітудно-фазову частотну характеристику системи і побудувати їх графіки



W_1	W_2	W_3	W_4
$\frac{1}{T_1 p}$	K_2	$\frac{0,5}{T_3 p + 1}$	$T_4 p$

13) Дано диференціальне рівняння: $\frac{d^2 y}{dt^2} + 3 \frac{dy}{dt} - y = 2 \frac{d^2 x}{dt^2} + x$. Початкові умови $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$, $x(t) = \cos(\omega t)$. Знайти сигнал на виході системи.

14) Дано диференціальне рівняння: $\frac{d^2 y}{dt^2} + 2 \frac{dy}{dt} - 3y = 2 \frac{d^2 x}{dt^2} + x$. Початкові умови $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$, $x(t) = 2e^{-\omega t}$. Знайти сигнал на виході системи.

15) В результаті пасивного експерименту отримані коваріаційні функції вхідного та вихідного сигналів системи.

$$R_{xx} = e^{-3\tau}, \quad R_{xy} = e^{-2\tau}$$

Знайти частотну передаточну функцію системи.

16) В результаті пасивного експерименту отримано коваріаційні функції вхідного та вихідного сигналів системи

$$R_{xx} = e^{-\tau}, \quad R_{xy} = e^{-2\tau}.$$

Знайти частотну передатну функцію системи.

Тема 9. Моделі обслуговування

Перед виконанням задач ознайомтеся з теоретичною частиною цієї теми [1, Глава 3.3].

Приклад 9.1

Інтенсивність потоку телефонних дзвінків в компанії по замовленню залізничних квитків, що має один телефон, складає 16 викликів на годину. Час оформлення замовлення одного квитка становить 2,4 хвилини. Визначити ймовірність відмови (зайнятості телефону) та загальний час обслуговування.

Розв'язок

Маємо СМО з одним каналом (один телефонний номер) з відмовами.

Отримуємо параметри $\lambda = \frac{16}{60} = \frac{4}{15}$ (інтенсивність вхідного потоку $\frac{4}{15}$ заявок на

хвилину), $\mu = \frac{1}{2,4} = \frac{5}{12}$ (інтенсивність потоку обслуговування $\frac{5}{12}$ заявок за

хвилину). Визначимо характеристики роботи даної СМО:

- $p_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{5/12}{4/15 + 5/12} = \frac{25}{41} \approx 0,61$ – ймовірність того, що система

вільна (телефонна лінія вільна, замовлення відсутні).

- $p_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} = \frac{4/15}{4/15 + 5/12} = \frac{16}{41} \approx 0,39$ – ймовірність того, що в системі є

замовлення (телефонна лінія зайнята). Це і є ймовірність відмови в обслуговуванні.

- Середній час обслуговування замовлення $T_o = \frac{1}{\mu} = 2,4$ хв.,

- Середній час простою каналу (телефонної лінії) $T_n = \frac{1}{\lambda} = 3,75$ хв.

- Середній час перебування замовлення в системі $T_c = \frac{1}{\lambda + \mu} \approx 1,46$ хв.

Завдання для самостійного виконання

1. СМО – білетна каса з одним віконцем і необмеженою чергою. Каса продає квитки в пункти А та В. Пасажирів, які бажають купити квитки в пункт А, приходять в середньому три особи за 20 хв., в пункт В – дві особи за 20 хв. Потік пасажирів простий. Касир в середньому обслуговує трьох осіб за 10 хв. Обрахувати середню кількість замовлень в системі і в черзі.

2. СМО – білетна каса з одним віконцем і необмеженою чергою. Каса продає квитки в пункти А та В. Пасажирів, що бажають купити квитки в пункт А, приходять в середньому три особи за 20 хв., в пункт В – дві особи за 20 хв.

Потік пасажирів простий. Касир в середньому обслуговує трьох осіб за 10 хв. Час обслуговування показовий. Обрахувати середній час перебування замовлення в системі, середній час перебування в черзі.

3. СМО – білетна каса з одним віконцем і необмеженою чергою. Каса продає квитки в пункти А та В. Пасажирів, що бажають купити квитки в пункт А, приходить в середньому чотири особи за 10 хв., в пункт В – дві особи за 10 хв. Потік пасажирів простий. Касир в середньому обслуговує чотирьох осіб за 15 хв. Час обслуговування показовий. Обрахувати середню кількість замовлень в системі і в черзі.

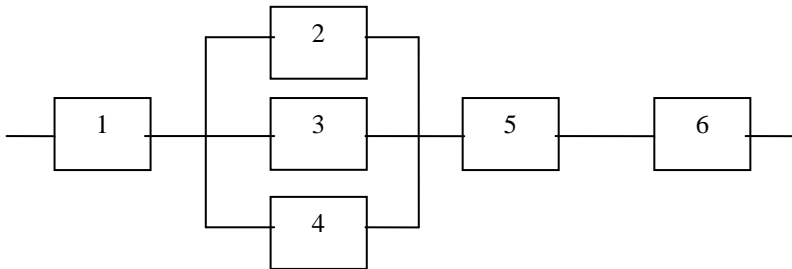
4. Сервер має чотири вхідних канали. В середньому за годину поступає 320 запитів. Середній час виконання запиту складає 10 с. Довжина черги не повинна перевищувати 6 абонентів. Потоки замовлень та обслуговуванні прості. Визначити характеристики обслуговування в стаціонарному режимі: середню кількість зайнятих каналів, середню кількість запитів в черзі, середню кількість запитів в системі.

Тема 10. Моделі надійності

Перед виконанням задач ознайомтеся з теоретичною частиною цієї теми [1].

Приклад 10.1

Задана структурна модель надійності і інтенсивності відмов блоків. Знайти середній час напрацювання на відмову системи: $\lambda_1 = 2 \cdot 10^{-4}$, $\lambda_2 = 10^{-4}$, $\lambda_3 = 3 \cdot 10^{-4}$, $\lambda_4 = 4 \cdot 10^{-5}$, $\lambda_5 = 2 \cdot 10^{-4}$, $\lambda_6 = 4 \cdot 10^{-4}$



Розв'язок

Знаходимо ймовірності безвідмовної роботи блоків за 1000 годин

$$P_1 = e^{-\lambda_1 \cdot 1000} = 0,8, P_2 = 0,9, P_3 = 0,7, P_4 = 0,7, P_5 = 0,8, P_6 = 0,7$$

Знаходимо ймовірності відмов паралельних блоків за 1000 годин

$$Q_2 = 1 - 0,9 = 0,1, Q_3 = 1 - 0,7 = 0,3, Q_4 = 1 - 0,7 = 0,3$$

Знаходимо загальну ймовірність відмови паралельних блоків і ймовірність їх безвідмовної роботи

$$Q_{2,3,4} = Q_2 \cdot Q_3 \cdot Q_4 = 0,1 \cdot 0,3 \cdot 0,3 = 0,009, P_{2,3,4} = 1 - 0,009 = 0,991$$

Знаходимо загальну ймовірність безвідмовної роботи

$$P = P_1 \cdot P_{2,3,4} \cdot P_5 \cdot P_6 = 0,8 \cdot 0,991 \cdot 0,8 \cdot 0,7 = 0,444$$

З формули $P = e^{-\lambda \cdot t}$, де $t = 1000$ знаходимо

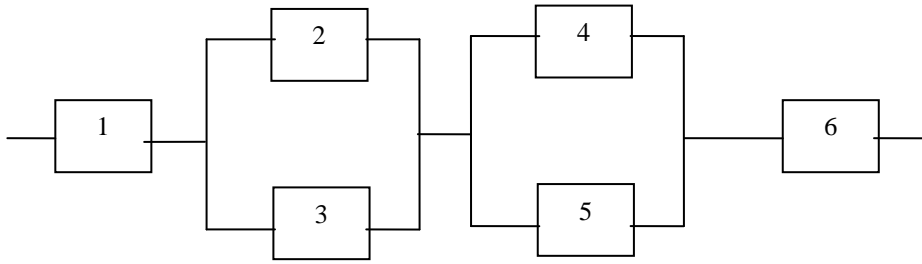
$$\lambda = -\frac{1}{t} \ln(P) = -\frac{1}{1000} \ln(0,444) = 0,0008$$

Знаходимо середній час напрацювання на відмову

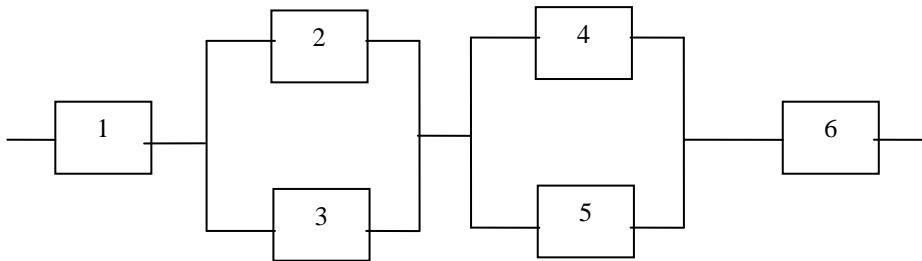
$$T = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0,0008} = 1250 \text{ годин.}$$

Завдання для самостійного виконання

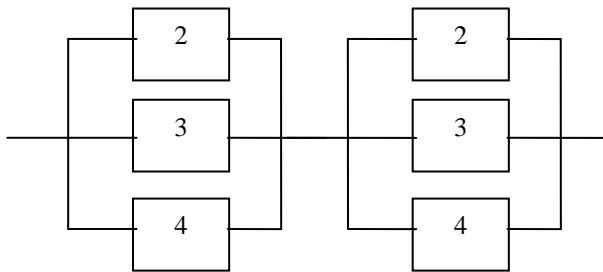
1. Задана структурна модель надійності і інтенсивності відмов блоків: $\lambda_1 = 10^{-4}$, $\lambda_2 = 2 \cdot 10^{-4}$, $\lambda_3 = 3 \cdot 10^{-4}$, $\lambda_4 = 3 \cdot 10^{-5}$, $\lambda_5 = 2 \cdot 10^{-4}$, $\lambda_6 = 4 \cdot 10^{-4}$. Знайти ймовірність безвідмовної роботи системи за 1500 годин.



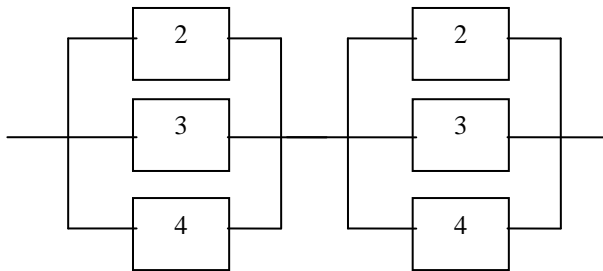
2. Задана структурна модель надійності і ймовірності безвідмовної роботи блоків за 1000 годин: $P_1 = 0,9$, $P_2 = 0,8$, $P_3 = 0,7$, $P_4 = 0,8$, $P_5 = 0,8$, $P_6 = 0,9$. Знайти ймовірності відмов та середній час напрацювання на відмову системи.



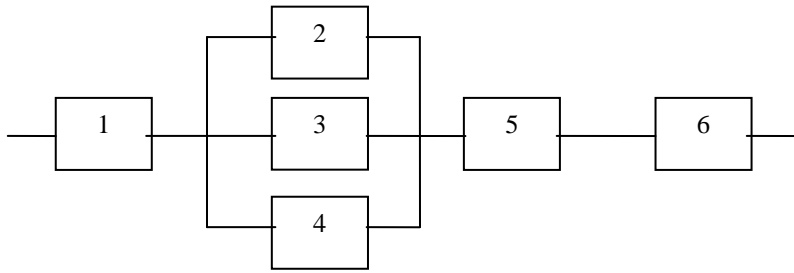
3. Задана структурна модель надійності і інтенсивності відмов блоків: $\lambda_1 = 10^{-4}$, $\lambda_2 = 2 \cdot 10^{-4}$, $\lambda_3 = 3 \cdot 10^{-4}$, $\lambda_4 = 3 \cdot 10^{-5}$, $\lambda_5 = 2 \cdot 10^{-4}$, $\lambda_6 = 4 \cdot 10^{-4}$. Знайти ймовірність безвідмовної роботи системи за 1500 годин.



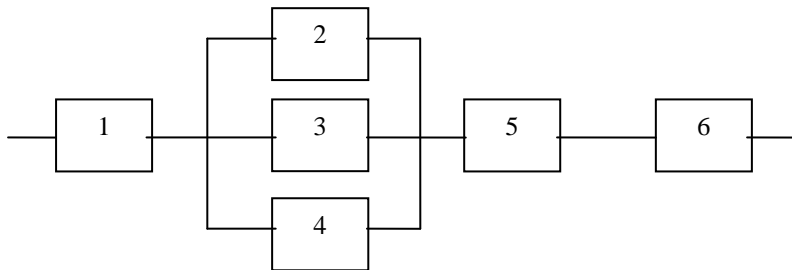
4. Задана структурна модель надійності і ймовірності безвідмовної роботи блоків за 1000 годин: $P_1 = 0,9$, $P_2 = 0,8$, $P_3 = 0,7$, $P_4 = 0,8$, $P_5 = 0,8$, $P_6 = 0,9$. Знайти ймовірності відмов та середній час напрацювання на відмову системи.



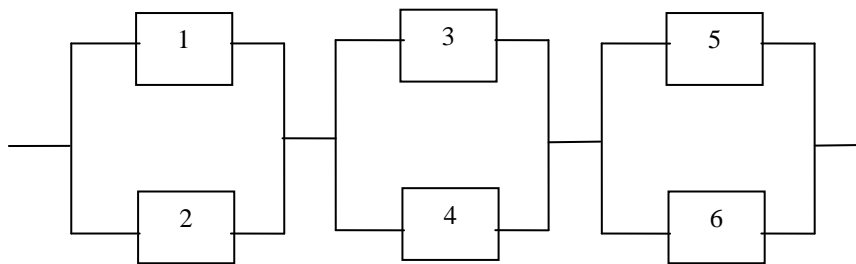
5. Задана структурна модель надійності і інтенсивності відмов блоків: $\lambda_1 = 10^{-4}$, $\lambda_2 = 2 \cdot 10^{-4}$, $\lambda_3 = 3 \cdot 10^{-4}$, $\lambda_4 = 3 \cdot 10^{-5}$, $\lambda_5 = 2 \cdot 10^{-4}$, $\lambda_6 = 4 \cdot 10^{-4}$. Знайти ймовірність безвідмовної роботи системи за 1500 годин.



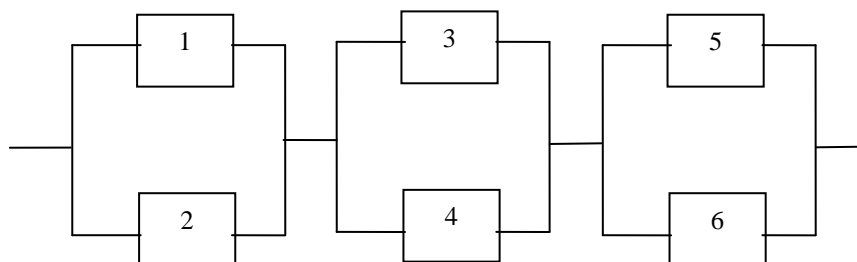
6. Задана структурна модель надійності і ймовірності безвідмовної роботи блоків за 1000 годин: $P_1 = 0,9$, $P_2 = 0,8$, $P_3 = 0,7$, $P_4 = 0,8$, $P_5 = 0,8$, $P_6 = 0,9$. Знайти ймовірності відмов та середній час напрацювання на відмову системи.



7. Задана структурна модель надійності і інтенсивності відмов блоків: $\lambda_1 = 10^{-4}$, $\lambda_2 = 2 \cdot 10^{-4}$, $\lambda_3 = 3 \cdot 10^{-4}$, $\lambda_4 = 3 \cdot 10^{-5}$, $\lambda_5 = 2 \cdot 10^{-4}$, $\lambda_6 = 4 \cdot 10^{-4}$. Знайти ймовірність безвідмовної роботи системи за 1500 годин.



8. Задана структурна модель надійності і ймовірності безвідмовної роботи блоків за 1000 годин: $P_1 = 0,9$, $P_2 = 0,8$, $P_3 = 0,7$, $P_4 = 0,8$, $P_5 = 0,8$, $P_6 = 0,9$. Знайти ймовірності відмов та середній час напрацювання на відмову системи.



Тема 11. Алгоритмічні моделі

Перед виконанням задач ознайомтеся з теоретичною частиною цієї теми [1, Глава 3.4].

Завдання для самостійного виконання

1. Побудувати UML-діаграму діяльності: “Процес завантаження файлу із сервера на робочу станцію”.
2. Побудувати UML-діаграму діяльності: «Процес пошуку даних в базі даних за заданим ключем».
3. Побудувати блок-схему алгоритму бульбашкового сортування.
4. Побудувати блок-схему алгоритму пропорційно-інтегрального керування.
5. Побудувати мережу Петрі процесу завантаження файлу із сервера на робочу станцію.
6. Побудувати мережу Петрі пропорційно-інтегрального керування.

Тема 12. Інформаційні моделі

Перед виконанням задач ознайомтеся з теоретичною частиною цієї теми [1, Глава 4].

Завдання для самостійного виконання

1. Розробити ER-модель реляційної бази даних «Склад»:

Номер товару, Назва товару, Ціна 1 товару, Кількість 1 товару, Табельний номер співробітника, ПІБ співробітника, Посада співробітника, Номер телефону співробітника, Номер складу, Діти співробітника (ім'я, вік).

Для цього:

- скласти універсальне відношення;
- здійснити його декомпозицію і дати найменування отриманим відношенням;
- визначити кратність зв'язків між відношеннями;
- побудувати ER-діаграму.

2. Побудувати ER-модель бази даних «Постачальник»:

Індекс фірми, Назва фірми, Адреса фірми, Телефон фірми, Директор: ПІБ, номер телефону, Головний менеджер (ПІБ, номер телефону), Найменування товару, Вартість товару, Кількість товару, Загальна сума, Розмір кредиту, Розмір боргу

3. Побудувати ER-модель бази даних «Цех»:

Індекс цеху, Назва цеху, Кількість працівників цеху, Телефон чергового по цеху, Начальник цеху (ПІБ, вік, номер телефону), Найменування продукції, що виготовляє цех, Кількість продукції, Табельний номер працівника, ПІБ працівника, Посада працівника

4. Дано гістограми – частоти появи певного значення, до експерименту (апостеріорні дані) (Рис. 1) та після (апостеріорні) (Рис. 2).

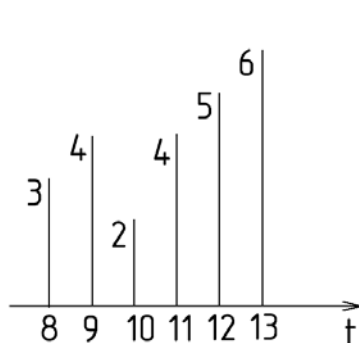


Рис.1

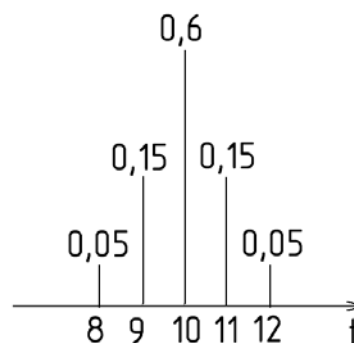


Рис.2

Знайти кількість інформації I, отриманої в результаті вимірювання.

5. Гранична частота каналу зв'язку – 100 МГц, потужність сигналу – 0,1 Вт, потужність завад – 0,02 Вт. Розрахувати пропускну спроможність каналу зв'язку.

6. Гранична частота каналу зв'язку – 100 МГц, потужність сигналу – 0,15 Вт, потужність завад – 0,04 Вт. Розрахувати пропускну спроможність каналу зв'язку.

7. Цифровий канал передавання даних працює на частоті 10^8 імпульсів на секунду. Інформація передається посилками 11 імпульсів на байт. Потужність імпульсу 0,1 Вт, потужність завад – 0,02 Вт. Розрахувати швидкість передавання інформації.

8. Цифровий канал передавання даних працює на частоті 10^8 імпульсів на секунду. Інформація передається посилками 9 імпульсів на байт. Потужність імпульсу 0,1 Вт, потужність завад – 0,03 Вт. Розрахувати швидкість передавання інформації.

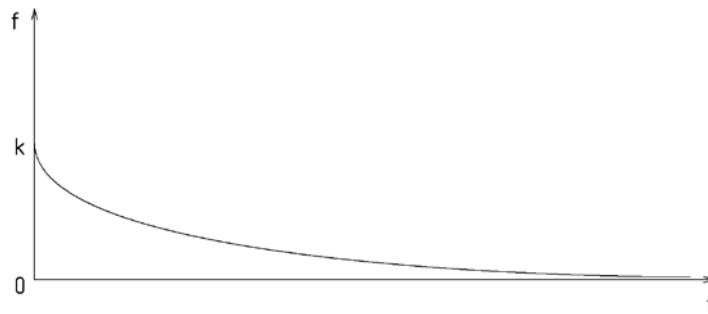
Тема 13. Моделі в умовах невизначеності

Перед виконанням задач ознайомтеся з теоретичною частиною цієї теми [1, Глава 1.5].

Завдання для самостійного виконання

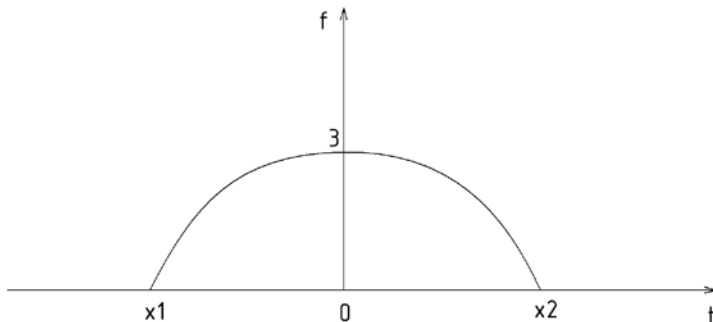
1. Випадкова змінна розподілена за експоненціальним законом:

$$f(x) = k \cdot e^{-2x}$$



Знайти коефіцієнт k .

2. Розподіл імовірностей описується поліномом: $f(x) = k \cdot (-2x^2 + 3)$



Знайти коефіцієнт k , при якому ми можемо розглянути цей поліном, як розподіл у діапазоні між коренями цього рівняння.

3. Знайдіть добуток нечітких чисел x_1 і x_2 , якщо кожне з них має трикутну функцію належності у діапазоні $(x_{\max} \pm 2)$, причому $x_{1\max} = 3$, $x_{2\max} = 4$, $x_{2\max} = 4$. Порівняйте результати трьох методів узагальнення.

Тема 14. Імітаційне, аналітичне і чисельне моделювання

Перед виконанням задач ознайомтеся з теоретичною частиною цієї теми [1, Глава 8].

Приклад 14.1

Стандартний генератор випадкових чисел може генерувати некорельовану послідовність чисел з нормальним законом розподілу ймовірностей. Знайти лінійне перетворення, за допомогою якого можна отримати послідовність з кореляційною функцією $R_{yy}(\tau) = 2e^{-3\tau}$.

Розв'язок

Якщо послідовність некорельована, то $R_{xx}(\tau) = \begin{cases} D_0, & \text{якщо } \tau = 0 \\ 0, & \text{якщо } \tau \neq 0 \end{cases}$, де D_0 -

дисперсія вхідної послідовності, $D_0 \approx \left(\frac{x_{\max} - x_{\min}}{6} \right)^2$.

Знаходимо спектр послідовності, яка згенерована стандартним генератором

$$S_0 = \int_0^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = D_0.$$

Знаходимо спектр необхідної послідовності

$$S_{yy}(\omega) = \int_0^{\infty} R_{yy}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = \int_0^{\infty} 2e^{-3\tau} e^{-j\omega\tau} d\tau = 2 \int_0^{\infty} e^{-(3+j\omega)\tau} d\tau = \frac{2}{-3-j\omega} \Big|_0^{\infty} = \frac{2}{3+j\omega}$$

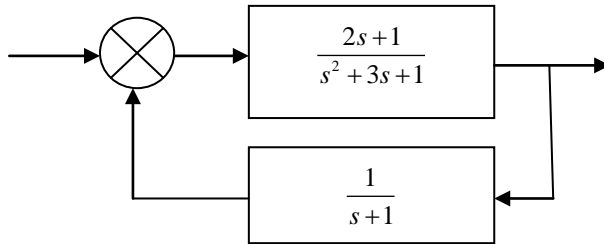
З рівняння $|S_{yy}(\omega)| = |S_{xx}(\omega)| \cdot |W(j\omega)|$ знаходимо амплітудно-частотну характеристику необхідного перетворення

$$|W(j\omega)| = \frac{|S_{yy}(\omega)|}{|S_{xx}(\omega)|} = \frac{4}{D_0 \sqrt{9 + \omega^2}}.$$

Будуємо асимптотичну ЛАЧХ перетворення і знаходимо відповідну передатну функцію шляхом розкладання ЛАЧХ на суму типових ланок.

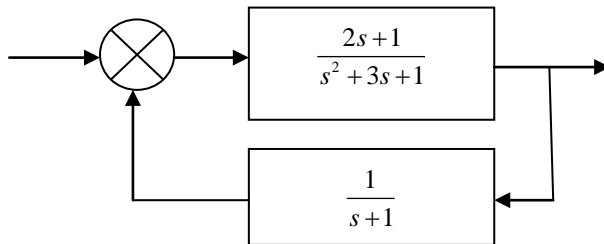
Завдання для самостійного виконання

1. Система управління має структурну схему.



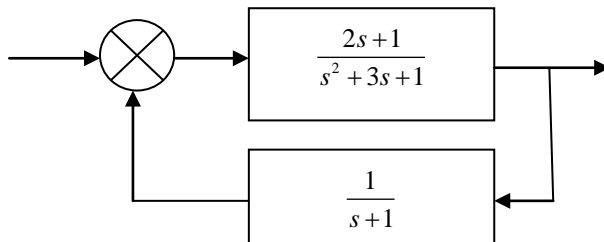
Знайти статичну, динамічну і повну похибки системи шляхом створення імітаційної моделі в системі Scilab/Xcos.

2. Система управління має структурну схему.



Знайти статичну, динамічну і повну похибки системи шляхом аналітичного моделювання, тобто аналітичного розв'язання відповідної системи диференціальних рівнянь.

3. Система управління має структурну схему, показану на рис.



Знайти статичну, динамічну і повну похибки системи шляхом чисельного моделювання, тобто чисельного розв'язання відповідної системи диференціальних рівнянь у математичному пакеті.

Тема 15-16. Поняття ідентифікації. Обстеження технологічного об'єкта.

Перед виконанням задач ознайомтеся з теоретичною частиною цієї теми [1, Глава 6].

Завдання для самостійного виконання

4. Підготуйте короткі аналітичні роботи (есе) про методи обстеження об'єктів моделювання:

1. Історичний опис системи.
2. Структурний опис системи.
3. Функціональний опис системи.
4. Активна ідентифікація.
5. Пасивна ідентифікація.

5. Підготуйте короткі аналітичні роботи (есе) про структурні і параметричні характеристики, які визначаються в процесі ідентифікації

1. Модель статички.
2. Модель логіки.
3. Модель динаміки (передаточна функція).
4. Модель обслуговування.
5. Моделі надійності.
6. Алгоритмічна модель.
7. Структурні моделі.
8. Інформаційні моделі.

Тема 17. Концептуальне проектування моделей.

Перед виконанням задач ознайомтеся з теоретичною частиною цієї теми [1, Глава 11].

Завдання для самостійного виконання

1. Розробити UML-діаграми для програмно-технічних засобів автоматизації:
 - а) варіантів використання;
 - б) класів;
 - в) діяльності;
 - г) станів

у відповідності до варіанту:

1. Довідкова система автовокзалу.
2. Магазин.
3. Спостереження за станом пацієнта лікарні.

2. Розробити BPMN-діаграми моделей діяльності організаційних підрозділів підприємства:

1. Деканат;
2. Відділ кадрів
3. Бібліотека

Тема 18. Методи ідентифікації.

Перед виконанням задач ознайомтеся з теоретичною частиною цієї теми [1, Глава 6].

Завдання для самостійного виконання

1. Значення двох випадкових процесів наведені у таблиці

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x	1,1	4,2	3,8	1,7	2,5	2,2	4,5	0,8	3,6	2,3
y	0,2	2,1	3,8	2,3	0,8	1,5	1,9	4,2	2,1	1,1

Знайти кореляційну функцію.

2. Значення двох випадкових процесів наведені у таблиці

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x	1,1	4,2	3,8	1,7	2,5	2,2	4,5	0,8	3,6	2,3

Знайти автокореляційну функцію

3. Оцініть кількість статистичних даних, яка необхідна для визначення коефіцієнта кореляції r_{xy} з похибкою 1%.

4. Оцініть кількість даних, яка необхідна для побудови факторної моделі з трьома факторами.

5. В результаті пасивного експерименту у статичному режимі отримані такі значення вхідного і вихідного сигналів системи

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Y	0,1	1,0	4,5	8,7	15,1	27,0	36,2	53,0	67,1	90,0

Виконати ідентифікацію статичної характеристики системи.

6. В результаті пасивного експерименту у статичному режимі отримані такі значення вхідного і вихідного сигналів системи

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Y	-0,3	1,5	2,3	2,3	5,0	5,0	5,8	8,0	7,9	9,2

Виконати ідентифікацію статичної характеристики системи.

7. В результаті пасивного експерименту у статичному режимі отримані такі значення вхідного і вихідного сигналів системи

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Y	5,3	5,0	3,1	2,6	0,9	-0,1	0,1	-1,5	-3,0	-3,5

Виконати ідентифікацію статичної характеристики системи.

8. В результаті пасивного експерименту у статичному режимі отримані такі значення вхідного і вихідного сигналів системи

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Y	89,0	66,2	53,1	36,1	26,8	15,4	8,6	4,4	1,2	0,0

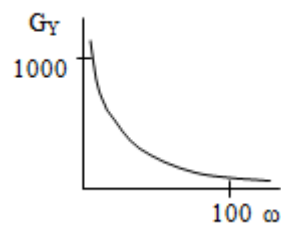
Виконати ідентифікацію статичної характеристики системи.

9. В результаті пасивного експерименту у статичному режимі отримані такі значення вхідного і вихідного сигналів системи

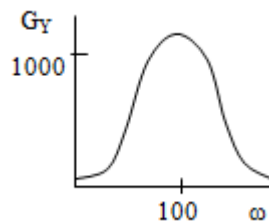
X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Y	9,7	7,9	8,1	5,6	5,1	4,7	2,3	2,5	1,3	-0,4

Виконати ідентифікацію статичної характеристики системи.

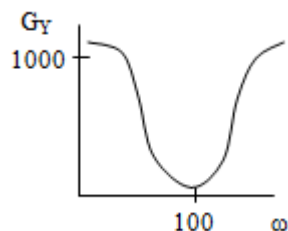
10. В ході активного експерименту на вхід динамічної системи подавався сигнал у вигляді нормального білого шуму. Спектр сигналу на виході системи наведений на рисунку. Виконати ідентифікацію передатної функції системи.



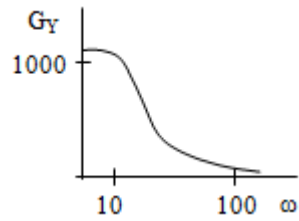
11. В ході активного експерименту на вхід динамічної системи подавався сигнал у вигляді нормального білого шуму. Спектр сигналу на виході системи наведений на рисунку. Виконати ідентифікацію передатної функції системи.



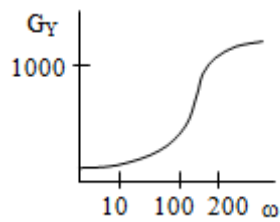
12. В ході активного експерименту на вхід динамічної системи подавався сигнал у вигляді нормального білого шуму. Спектр сигналу на виході системи наведений на рисунку. Виконати ідентифікацію передатної функції системи.



13. В ході активного експерименту на вхід динамічної системи подавався сигнал у вигляді нормального білого шуму. Спектр сигналу на виході системи наведений на рисунку. Виконати ідентифікацію передатної функції системи.



14. В ході активного експерименту на вхід динамічної системи подавався сигнал у вигляді нормального білого шуму. Спектр сигналу на виході системи наведений на рисунку. Виконати ідентифікацію передатної функції системи.



Тема 19. Інтелектуальні засоби ідентифікації.

Перед виконанням задач ознайомтеся з теоретичною частиною цієї теми [1, Глава 6.2].

Завдання для самостійного виконання

1. Побудуйте нейронну мережу для моделювання розв'язків лінійних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами. Який вигляд повинна мати їх функція активації?

2. Який мінімальний обсяг вибірки необхідний для навчання нейронної мережі, яка має 3 шари:

- у першому 3 нейрони по 2 входи у кожного;
- у другому 5 нейронів по 3 входи у кожному;
- у третьому 1 нейрон з 5 входами?

3. Який мінімальний обсяг вибірки необхідний для навчання повнозв'язної нейронної мережі, яка має 10 нейронів?

4. Об'єкт моделювання функціонує під впливом 5 факторів і характеризується 3 параметрами стану. Його модель статички нелінійна і може з достатньою точністю бути апроксимована кубічним поліномом. Скільки нейронів повинно бути у 3-шаровій нейронній мережі, яка моделює об'єкт?

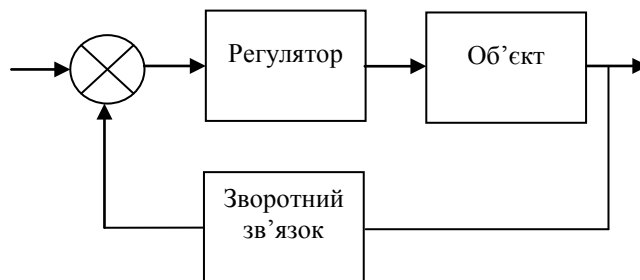
5. Динаміка об'єкта моделювання характеризується лінійним диференціальним рівнянням 3-го порядку. На скільки тактів необхідні лінії затримки для входу і для виходу і скільки нейронів повинно бути у кожному шарі 3-шарової нейронної мережі?

Тема 20. Модель як складова задачі оптимізації

Перед виконанням задач ознайомтеся з теоретичною частиною цієї теми [1, Глава 12.1].

Завдання для самостійного виконання

1. Структурна схема системи керування має вигляд



Агрегатна модель системи:

$$\text{Об'єкт} - \quad y = Zu;$$

$$\text{Регулятор} - \quad U(s) = \delta(s) \cdot \left(\frac{a}{s} + b \right);$$

$$\text{Зворотний зв'язок} - \quad v = cy;$$

$$\text{Компаратор} - \quad \delta = x - v.$$

Записати критерій оптимізації параметрів (a, b, c) і обмеження для мінімізації витрат енергії на керування при обмеженні часу перехідного процесу T .

Примітка: витрати енергії на зміну стану об'єкта $E = k \int_0^T u(t) \cdot \frac{dy(t)}{dt} dt$, де $k = const$ – залежить від одиниць вимірювання.

Тема 21. Використання моделі для оптимального прогнозування

Перед виконанням задач ознайомтеся з теоретичною частиною цієї теми [1, Глава 12.2].

Завдання для самостійного виконання

2. В результаті спостереження за процесом отримано часовий ряд:

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	0	2	6	7	7	8	12	18	?

Знайти прогнозоване значення на 8 такті за допомогою апроксимації процесу кубічним поліномом.

3. В результаті спостереження за процесом отримано часовий ряд:

t	0	1	2	3	4	5	6
y	0	1	5	8	15	26	?

Знайти прогнозоване значення на 6 такті за допомогою апроксимації процесу квадратичним поліномом.

Тема 22. Модель як складова задачі оптимального оцінювання

Перед виконанням задач ознайомтеся з теоретичною частиною цієї теми [1, Глава 12.3].

Завдання для самостійного виконання

1. Модель статичної системи подається системою рівнянь

$$\begin{cases} y_1 = 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 \\ y_2 = 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 \end{cases}$$

Оцінити вектор вхідних впливів $\{x_1, x_2, x_3\}$, якщо відомий вектор вихідного стану $\{y_1 = 1, y_2 = 2\}$.

2. Модель статичної системи подається системою рівнянь

$$\begin{cases} y_1 = 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 \\ y_2 = x_1 + 4x_2 + 3x_3 \end{cases}$$

Оцінити вектор вхідних впливів $\{x_1, x_2, x_3\}$, якщо відомий вектор вихідного стану $\{y_1 = 2, y_2 = 1\}$.

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

Основна література

1. Моделювання та оптимізація систем : підручник / [Дубовой В М , Кветний Р Н , Михальов О І , А В Усов А В] – Вінниця : ПП «ТД«Едельвейс», 2017 – 804 с. (Електронний документ)
http://ksu.vntu.edu.ua/index.php?option=com_content&view=article&id=59&lang=uk
2. Дубовой, В. М. Ідентифікація та моделювання технологічних об'єктів і систем керування : навчальний посібник / В. М. Дубовой. – Вінниця : ВНТУ, 2012. – 308 с.
3. Дубовой В.М. Моделювання систем контролю та керування. – Вінниця: ВНТУ, 2005
4. В.М.Дубовой, С.М.Москвіна, О.Д.Никитенко. Моделювання процесів і систем керування. – Вінниця: ВНТУ. - 2009 – Електронний ресурс
5. Советов Б.Я., Яковлев С.А. Моделирование систем. – М.: Высш.шк., 1985.
6. Молчанов А.А. Моделирование и проектирование сложных систем. – К.: Вища школа, 1988.
7. Основы моделирования сложных систем. /Под ред. И.В.Кузьмина. – К.: Вища школа, 1981. – 369 с.
8. Вентцель Е.С. Исследование операций. – М.: Сов. радио, 1972.
9. Маликов В.Т., Дубовой В.М., Кветный Р.Н., Исмагуллаев П.Р. Анализ измерительных информационных систем. – Ташкент: ФАН, 1984.
10. Коршунов Ю.М. Математические основы кибернетики. – М.: Энергия, 1972. – 376 с.
11. Полляк Ю.Г. Вероятностное моделирование на электронных вычислительных машинах. – М.: Сов.радио, 1971. – 400 с.
12. Сигорский В.П. Математический аппарат инженера. – К.: Техніка, 1975.
13. Бусленко Н.П. Моделирование сложных систем. – М.: Наука, 1968.
14. Железнов И.Г. Сложные технические системы (оценка характеристик). – М.: Высш.шк., 1984.

Додаткова література

1. Мескон М.Х. и др. Основы менеджмента: Пер.с англ. – М.: Дело, 1992.
2. Скурихин В.И. и др. Математическое моделирование. – К.: Техніка, 1983. – 270 с.
3. В.М.Дубовой, Р.Н.Кветний. Основи застосування ЕОМ в інженерній діяльності. – К.: ІСД МО України, 1994.
4. Дубовой В.М. Програмування систем моделювання інформаційних процесів /Серія "Нове в науці та техніці". - К.: ІСДО, 1994.
5. Дубовой В.М. Дослідження і оптимізація мереж ІВС методом моделювання динаміки інформаційних потоків. - Вісник Вінницького політехнічного інституту, 1994, N1(2), с.22-26.
6. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / Под ред. Поспелова Д.А. – М.: Наука, 1986. –312с

7. Теория автоматического управления /Под ред. А.А.Воронова – Т.1 – М.: Высш.шк., 1977
8. Дубовой В.М., Глонь О.В. Использование обобщенной вычислительной модели в интеллектуальных системах управления. - Вісник Технологічного університету поділля №3, том 1